ACADÉMIE DES SCIENCES

SÉANCE DU LUNDI 17 FÉVRIER 1913.

PRÉSIDENCE DE M. F. GUYON.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Observations de nébuleuses, faites à l'Observatoire de Paris.* Note de M. G. Bigourdan.

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie la seconde partie du Tome III de mes observations de nébuleuses. Ce fascicule, qui renferme les mesures de ces astres compris entre 12^h0^m et 14^h0^m d'ascension droite, termine la publication des mesures proprement dites, commencées en 1884 et toujours continuées depuis, principalement jusqu'à 1909.

La publication a été faite heure par heure, dans les *Annales de l'Observatoire de Paris* (Observations), mais sans qu'il ait été possible de suivre l'ordre des ascensions droites, à cause de la très inégale répartition de ces astres sur les 24 heures. Pour faciliter les recherches nous indiquons pour chaque heure, dans le Tableau suivant, le volume dans lequel on la trouve :

Tome du tirage à part.	h	Volume des *Obs. de Paris.*	Tome du tirage à part.	h	Volume des *Obs. de Paris.*
I (2ᵉ partie).	0	1900	III (2ᵉ partie).	XII	1906
I (2ᵉ partie).	I	1902	III (2ᵉ partie).	XIII	1907
II.	II	1901	IV.	XIV	1899
II.	III	1900	IV.	XV	1884
II.	IV	1901	IV.	XVI	1890
II.	V	1898	IV.	XVII	1890
II.	VI	1899	V.	XVIII	1891
II.	VII	1903	V.	XIX	1891
II.	VIII	1904	V.	XX	1897
III (1ʳᵉ partie).	IX	1892	V.	XXI	1897
III (1ʳᵉ partie).	X	1893	V.	XXII	1898
III (1ʳᵉ partie).	XI	1905	V.	XXIII	1888

A mesure il a été fait un tirage à part à petit nombre qui forme cinq volumes (dont deux en deux parties chacun) : les accolades du Tableau ci-dessus indiquent la composition de chacun de ces volumes.

L'Introduction, qui reste à paraître, mais dont l'impression est commencée, formera la première partie du Tome I. Elle indiquera le but du travail, la manière dont il a été fait et donnera, avec la description de l'instrument employé, toutes les données qui peuvent être nécessaires pour reprendre en entier les calculs de réduction.

Les nébuleuses ont été rapportées chacune à son étoile de comparaison par angle de position et distance; cette méthode a permis de donner au travail une extension assez grande, puisqu'il porte sur environ 7000 nébuleuses; mais elle oblige souvent à choisir des étoiles faibles et dont les positions ne sont pas encore déterminées. La recherche des positions de ces étoiles dans les catalogues photographiques est commencée; quand elle sera terminée, on pourra conclure les positions des nébuleuses elles-mêmes et en former un catalogue.

MÉCANIQUE RATIONNELLE. — *Sur l'équilibre de fils dont les éléments s'attirent ou se repoussent en fonction de la distance.* Note de M. **Paul Appell.**

1. Imaginons un premier fil homogène en équilibre, la masse de l'unité de longueur étant μ. Soient

$$\xi = \varphi(\sigma), \quad \eta = \varphi_1(\sigma), \quad \zeta = \varphi_2(\sigma) \tag{1}$$

les coordonnées d'un point du fil, exprimées en fonction de l'arc σ compté à partir d'une extrémité. Considérons le champ de forces créé par l'attraction ou la répulsion des éléments de ce fil, en admettant que l'action de l'élément de masse m' placé en (ξ, η, ζ) sur l'élément de masse m'' placé en un point quelconque M, de coordonnées x, y, z, soit $m'm''V'(r)$, $V'(r)$ étant la dérivée par rapport à r d'une fonction donnée $V(r)$ de la distance r de ces deux éléments

$$r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}.$$

Le champ de forces créé par l'action du fil dérive alors de la fonction

$$U(x, y, z) = \int_0^\lambda \mu V(r)\, d\sigma, \tag{2}$$

λ désignant la longueur du fil.

Les composantes de la force du champ au point M, de masse 1, sont donc

$$(3) \qquad X = \frac{\partial U}{\partial x} = \int_0^\lambda \mu V'(r) \frac{x-\xi}{r} d\sigma, \qquad \ldots.$$

Soit maintenant un second fil, de longueur l, de densité linéaire m, tel que les coordonnées x, y, z d'un de ses points en fonction de l'arc s, à partir d'une extrémité, soient

$$(4) \qquad x = f(s), \qquad y = f_1(s), \qquad z = f_2(s);$$

appelons $x', y', z', x'', y'', z''$ les dérivées premières et secondes de ces fonctions par rapport à s. Écrivons que le second fil est en équilibre dans le champ créé par le premier. Nous aurons tout d'abord à écrire que la force

$$m X\, ds, \quad m Y\, ds, \quad m Z\, ds,$$

qui agit sur l'élément ds, de masse $m\,ds$, du fil, est dans le plan osculateur

$$(5) \qquad (y'z'' - z'y'')X + (z'x'' - x'z'')Y + (x'y'' - y'x'')Z = 0.$$

Nous aurons ensuite, pour la tension T,

$$T = -m(U + h),$$

h désignant une constante. Si l'on appelle enfin α', β', γ' les cosinus directeurs de la normale principale et ρ le rayon de courbure, on a

$$\frac{T}{\rho} + \alpha' m X + \beta' m Y + \gamma' m Z = 0$$

ou encore, puisque

$$\alpha' = \rho x'', \qquad \beta' = \rho y'', \qquad \gamma' = \rho z'',$$

$$(6) \qquad X x'' + Y y'' + Z z'' - \frac{U + h}{\rho^2} = 0,$$

ρ étant donné par

$$\frac{1}{\rho^2} = x''^2 + y''^2 + z''^2.$$

Remplaçant, dans ces équations (5) et (6), U, X, Y, Z par leurs valeurs (2) et (3), et désignant la constante $\frac{h}{\mu}$ par k, on a les deux équations

$$(A) \qquad \int_0^\lambda \frac{V'(r)}{r} \begin{vmatrix} x-\xi & y-\eta & z-\zeta \\ x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \end{vmatrix} d\sigma = 0$$

et

$$(\mathrm{B}) \qquad \int_0^\lambda \frac{V'(r)}{r}[(x-\xi)x''+(y-\eta)y''+(z-\zeta)z'']\,d\sigma - (x''^2+y''^2+z''^2)\left[k+\int_0^\lambda V(r)\,d\sigma\right]=0,$$

où l'on pourrait tout écrire sous un même signe $\int$, car l'intégration ne porte que sur les fonctions de σ. Il faut joindre à ces deux équations

$$(\mathrm{C}) \qquad x'^2+y'^2+z'^2=1.$$

Mais inversement, nous supposons que le premier fil est en équilibre sous l'action du second. On a donc trois nouvelles équations, obtenues en échangeant x, y, z avec ξ, η, ζ, s avec σ, μ avec m, λ avec l, et en remplaçant k par une autre constante $\varkappa$. Ces équations sont

$$(\alpha) \qquad \int_0^l \frac{V'(r)}{r}\begin{vmatrix} \xi-x & \eta-y & \zeta-z \\ \xi' & \eta' & \zeta' \\ \xi'' & \eta'' & \zeta'' \end{vmatrix} ds=0,$$

$$(\beta) \qquad \int_0^l \frac{V'(r)}{r}[(\xi-x)\xi''+(\eta-y)\eta''+(\zeta-z)\zeta'']\,ds - (\xi''^2+\eta''^2+\zeta''^2)\left[\varkappa+\int_0^l V(r)\,ds\right]=0,$$

$$(\gamma) \qquad \xi'^2+\eta'^2+\zeta'^2=1.$$

Les six équations (A), (B), (C), (α), (β), (γ) sont six équations intégro-différentielles simultanées définissant x, y, z, ξ, η, ζ en fonction de s et de σ respectivement.

2. *Fil unique soumis aux actions mutuelles de ses propres éléments.* — Pour traiter ce cas, il suffit de supposer que les deux fils sont identiques

$$\lambda=l, \qquad \varkappa=k, \qquad \mu=m,$$
$$x=f(s), \qquad y=f_1(s), \qquad z=f_2(s),$$
$$\xi=f(\sigma), \qquad \eta=f_1(\sigma), \qquad \zeta=f_2(\sigma).$$

Il n'y a plus alors que trois fonctions inconnues f, f_1, f_2 et trois équations (A), (B), (C). Les trois autres (α), (β), (γ) sont les mêmes, puisqu'elles se déduisent de (A), (B), (C) par l'échange des lettres s et σ.

Nous supposons, bien entendu, la fonction $V(r)$ telle que les intégrales restent finies.

3. *Cas des figures planes.* — Si l'on suppose $z = \zeta = 0$, les équations (A) et (α) sont satisfaites et il reste quatre équations (B), (C), (β), (γ) donnant x, y, ξ, η en fonction de s et de σ.

Nous pourrons écrire les équations (B) et (β)

$$(\text{B}') \qquad \int_0^\lambda \left\{ \frac{V'(r)}{r} [(x-\xi)x'' + (y-\eta)y''] - (x''^2 + y''^2)[a + V(r)] \right\} d\sigma = 0,$$

$$(\beta') \qquad \int_0^l \left\{ \frac{V'(r)}{r} [(\xi-x)\xi'' + (\eta-y)\eta''] - (\xi''^2 + \eta''^2)[\alpha + V(r)] \right\} ds = 0,$$

a et α désignant des constantes.

Il est inutile d'écrire ici ces équations quand on prend d'autres variables indépendantes que les arcs et, en particulier, quand on prend comme variables indépendantes x et ξ.

4. *Cas particuliers.* — Lorsque $V(r)$ est un polynome ne contenant que des puissances positives et paires de r, les équations générales se réduisent à des équations différentielles ordinaires, car les intégrations se ramènent à des intégrales de la forme

$$\int_0^\lambda \xi^p \eta^q \zeta^n \, d\sigma, \qquad \int_0^l x^p y^q z^n \, ds$$

qui sont des constantes. A la fin des calculs, il faudra identifier les valeurs trouvées pour ces constantes, avec celles qu'on leur aura provisoirement attribuées. Le cas

$$V(r) = Cr^2 + C' \qquad (\text{C et C}' \text{ constants})$$

est élémentaire, car, dans cette hypothèse, le champ de forces créé par chaque fil est un champ de forces centrales proportionnelles à la distance.

Quand un fil homogène *fermé* est soumis aux répulsions mutuelles de ses éléments, le cercle est toujours une figure d'équilibre possible, comme on le voit *a priori* et comme on le vérifie facilement sur les équations.

Les formules générales (B') et (β') permettent de résoudre le problème suivant : « Trouver deux courbes planes et une fonction de forces correspondante $V(r)$ telles que deux arcs *quelconques* pris l'un sur l'une des courbes, l'autre sur l'autre, et considérés comme des fils flexibles, ayant leurs extrémités fixes, soient en équilibre sous l'influence des actions mutuelles de leurs éléments ds et $d\sigma$ ». Il faut pour cela que les éléments différentiels des

deux intégrales (B′) et (β′) soient *nuls*, quelles que soient s et σ. Pour exprimer cette condition analytiquement on peut, en prenant par exemple l'intégrale (B′), commencer par exprimer que la quantité

$$F = \frac{(x-\xi)x'' + (y-\eta)y''}{x''^2 + y''^2}$$

est fonction de r, c'est-à-dire que le déterminant fonctionnel de F et de r par rapport à s et σ est nul. On a une condition analogue pour la deuxième intégrale ; il faut enfin déterminer $V(r)$, a et α.

On voit, par la géométrie ou par le calcul, que *deux arcs quelconques d'une même circonférence de cercle* sont ainsi en équilibre, quand leurs éléments respectifs ds et $d\sigma$ se repoussent en raison inverse du cube de la distance.

Une méthode analogue à celle qui est employée dans cette Note semble pouvoir être étendue à l'équilibre des surfaces flexibles et inextensibles qui a fait l'objet d'intéressantes recherches de M. Lecornu (*Thèse de Doctorat* et *Journal de l'École Polytechnique*, 1880).

THERMODYNAMIQUE. — *Sur une cause d'explosion de chaudière.* Note de M. L. Lecornu.

Le 17 décembre dernier un récipient d'eau, installé dans le sous-sol d'un immeuble parisien et chauffé par un foyer intérieur, a fait explosion, blessant 7 personnes et produisant des dégâts importants.

L'appareil, qui avait la forme d'un cylindre vertical, communiquait avec l'air libre par un tuyau d'alimentation, de 2^{cm} de diamètre, partant de sa partie inférieure et aboutissant à un bac placé dans les combles. On doit dès lors se demander comment a pu naître une surpression capable de déterminer l'accident : c'est la question que je voudrais examiner ici.

Disons d'abord que, habituellement, le récipient possédait une autre communication avec l'atmosphère, grâce à une tuyauterie de circulation d'eau chaude, partant du fond supérieur pour monter jusqu'à un vase d'expansion, situé également dans les combles, à 25^{m} au-dessus de la cave et redescendant ensuite au récipient. Cette tuyauterie, quand elle fonctionnait, empêchait l'accumulation de vapeur ; mais, le jour de l'accident, un ouvrier avait commis la maladresse de l'intercepter et, dès lors, un ma-

telas de vapeur devait naturellement se produire dans le récipient, transformé ainsi en une véritable chaudière.

Ceci posé, soient, à un instant quelconque t, P le poids d'eau subsistant dans cette chaudière, θ l'excès de sa température sur les 138° correspondant à l'ébullition sous la pression de 25^{m}; ϖ le poids spécifique de l'eau; E l'équivalent mécanique de la chaleur; r la chaleur de la vaporisation de l'eau à la température $138° + \theta$. Admettons que la chaleur spécifique de l'eau soit égale à l'unité. Désignons enfin par h et s la hauteur et la section du tuyau d'alimentation, par v la vitesse de l'eau dans ce tuyau.

Une première équation s'obtient en écrivant que la quantité de chaleur $q\,dt$ pénétrant dans la chaudière pendant le temps dt est employée :

1° A élever de $d\theta$ la température de l'eau de la chaudière ;

2° A augmenter la force vive de l'eau du tuyau ;

3° A vaporiser le poids d'eau capable de remplacer celui qui s'engage dans le tuyau.

Il vient ainsi :

$$P\,d\theta + \frac{E\varpi sh}{g}\,v\,dv + \varpi r s v\,dt = q\,dt. \tag{1}$$

D'autre part, l'excès θ de la température sur celle d'ébullition produit une surpression que nous représenterons par $k\theta$. Appliquée à la base du tuyau, cette surpression donne une force $ks\theta$ qui est égale à la dérivée de la quantité de mouvement de la colonne d'eau, d'où cette seconde équation :

$$k\theta = \frac{\varpi h}{g}\frac{dv}{dt}. \tag{2}$$

Le coefficient k dépend de la température ; mais nous supposerons la variation θ assez faible pour pouvoir le regarder comme constant. L'élimination de θ entre les deux équations précédentes conduit alors à la suivante :

$$\frac{d^2v}{dt^2} + \frac{Eks}{P}\,v\,\frac{dv}{dt} + \frac{kgrs}{Ph}\,v = \frac{kgq}{P\varpi h}. \tag{3}$$

On peut admettre qu'à l'instant initial v est nul ainsi que θ, et par conséquent $\frac{dv}{dt}$. Dans ces conditions ou voit immédiatement que la valeur initiale de $\frac{d^2v}{dt^2}$ est $\frac{kgq}{P\varpi h}$ et que cette dérivée seconde décroît progressivement jusqu'à s'annuler. A ce moment il y a un maximum de $\frac{dv}{dt}$, correspondant à un maximum de pression.

L'équation (3) ne paraît pas intégrable en termes finis, lors même qu'on regarde ses coefficients comme constants. Mais on peut calculer numériquement le maximum de $\frac{dv}{dt}$, à condition de se donner les valeurs de P et de q. Si l'on prend pour P la totalité du poids d'eau pouvant rester dans la chaudière et pour q une valeur déduite de la quantité de charbon brûlée en une heure, on parvient à une surpression négligeable. Mais, en réalité, les choses ont dû se passer tout autrement. Les parois non baignées par l'eau liquide se surchauffaient fortement. De plus, par le fait de l'ébullition, la surface de séparation de l'eau et de la vapeur oscillait sans cesse. On conçoit, dès lors, qu'à un moment donné une tranche très mince de liquide ait pu se trouver rapidement chauffée à une température dépassant beaucoup 138°, ce qui revient à dire que, dans l'application de l'équation (3), il faudrait attribuer à P une valeur très petite et à q une valeur très grande. Comme, en passant de 138° à 143°, la pression monte d'une demi-atmosphère, la possibilité de l'explosion se trouve établie.

J'ajoute que la chaudière aurait peut-être résisté si le fond avait été rivé au corps cylindrique; mais ce fond était simplement soudé, et la soudure était évidemment manquée, car le décollement s'est produit sur tout le pourtour, sans déchirer le métal : il n'est pas inutile de signaler également cette autre cause de danger.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la valeur des coefficients chlorophylliens et leurs rapports avec les quotients respiratoires réels.* Note de MM. **L. Maquenne** et **E. Demoussy**.

La fonction chlorophyllienne ne s'accomplit jamais seule, mais bien toujours, ainsi que l'ont fait très justement remarquer MM. Bonnier et Mangin, concurremment avec la fonction respiratoire, qu'on peut admettre, toutes choses égales d'ailleurs, s'exercer de la même façon à la lumière qu'à l'obscurité. Il en résulte que l'étude de la première comporte, pour être complète, deux séries de déterminations distinctes : l'une relative à l'effet simultané des deux fonctions contraires, qui donnera ce que nous appelons les coefficients chlorophylliens *bruts*, l'autre faisant connaître la véritable grandeur des rapports $\frac{O}{CO^2}$ réels des gaz échangés au cours du seul processus d'assimilation. La première est d'ordre purement expérimental, c'est à elle qu'il faut rapporter les résultats obtenus autrefois par M. Boussin-

gault; la seconde exige un calcul de correction nécessitant la connaissance préalable des quotients respiratoires réels; elle a été, comme on le sait, l'objet d'un travail original de MM. Bonnier et Mangin ([1]), première tentative qui soit à signaler dans cette voie.

Les nombres que nous avons obtenus à la suite de nos recherches sur la respiration étant plus élevés que ceux qu'ont admis ces savants, il était naturel que nous reprissions la même étude en utilisant ces nouvelles valeurs; on va voir qu'elle nous a conduits à des conclusions notablement différentes.

La détermination des coefficients chlorophylliens bruts a été faite par la méthode du vide, dont nous avions pu apprécier la valeur expérimentale dans notre travail sur la respiration. C'est incontestablement la plus précise de toutes celles qui peuvent servir en pareil cas, aussi indiquerons-nous en quelques mots la marche qu'il convient de suivre pour l'appliquer.

Dans un flacon gazomètre de trois quarts de litre de capacité, communiquant d'une part avec la trompe et d'autre part avec un réservoir à mercure, on enferme un mélange d'air et d'acide carbonique à 8 ou 10 pour 100 de ce dernier gaz. D'un autre côté, on relie à la trompe un tube à feuilles semblable à ceux qui servent pour la respiration, on fait le vide, on laisse rentrer un peu de gaz du flacon, on fait à nouveau le vide pour obtenir une bonne purge et l'on établit une dernière fois la communication avec le gazomètre, en s'arrangeant de façon que la pression intérieure soit à peu près égale à la pression atmosphérique. Cela fait, on ferme tous les robinets, on détache le tube de la trompe, on l'expose à la lumière, sous une couche d'eau si le soleil est un peu vif; enfin, après un temps convenable d'insolation, on y refait le vide et l'on analyse le gaz recueilli; il convient, pour que la comparaison avec le gaz initial soit exempte de tout reproche, d'analyser en même temps celui-ci : il peut, en effet, changer sensiblement de composition quand on le conserve, à cause du bouchon, des tubes de raccord et de la graisse des robinets qui, à la longue, absorbent soit de l'oxygène, soit de l'acide carbonique.

De la différence des deux analyses, et en se référant aux dosages de l'azote, qui doit naturellement rester invariable, on déduit sans peine le rapport $\frac{O}{CO^2}$ de l'oxygène apparu à l'acide carbonique disparu : c'est le coefficient chlorophyllien brut.

Les expériences de Boussingault ont montré que la valeur moyenne de ce rapport est très voisine de 1, mais aussi que ses valeurs particulières sont très variables et même, dans certains cas, très supérieures à l'unité; les nôtres font voir que ce dernier cas est de beaucoup le plus général. Dans le Tableau qui suit on a rapporté les nombres que nous avons obtenus,

([1]) *Ann. des Sc. nat. : Botanique*, 7e série, t. III, 1886, p. 5.

ainsi que ceux qui expriment le quotient respiratoire normal, dans des conditions aussi proches que possible de celles qui président à l'assimilation. Cette égalité des conditions ne peut d'ailleurs jamais être réalisée d'une façon rigoureuse, car on ignore absolument la température que prennent les feuilles au soleil; certainement elles s'échauffent davantage que dans le tube à respiration, et, comme le quotient respiratoire s'élève d'ordinaire avec la température, il est bien probable que les rapports $\frac{CO^2}{O}$ indiqués sont inférieurs de quelques centièmes à ceux qui correspondent réellement aux coefficients chlorophylliens trouvés.

Les quotients respiratoires et chlorophylliens sont représentés par les symboles $\frac{CO^2}{O}$ et $\frac{O}{CO^2}$ qui s'expliquent d'eux-mêmes.

Espèces.	$\frac{CO^2}{O}$.	$\frac{O}{CO^2}$.	Espèces.	$\frac{CO^2}{O}$.	$\frac{O}{CO^2}$.
Ailante	1,08	1,02	Lilas	1,07	1,03
Aspidistra	0,97	1,00	Lis	1,07	1,00
Aucuba (printemps)	1,11	1,10	Mahonia (automne)	0,95	0,99
Begonia	1,11	1,03	Maïs	1,07	1,05
Betterave	1,03[1]	1,06	Marronnier (printemps)	1,02[1]	1,06
Blé	1,03	1,02	» (été)	0,92[1]	0,98
Chou	1,07[1]	1,12	Œillette	1,09	1,09
Chou-rave	1,11	1,06	Oseille	1,04	1,04
Chrysanthème	1,02	1,01	Poirier	1,10	1,08
Dahlia	1,07	1,07	Pois	1,07	1,04
Fusain	1,08	1,02	Rhubarbe	1,02	1,00
Géranium	1,02[2]	1,05	Ricin	1,03	1,03
Haricot jeune	1,12	1,12	Rosier	1,02	1,00
» (moyenne)	1,07	1,07	Tabac	1,03	1,04
Laurier-cerise	1,03	0,97	Troène	1,03	1,02
Laurier-rose	1,05	1,01	Vigne	1,01	0,99
Lierre	1,08	1,00	Vigne vierge	1,00	1,01

A l'inspection de ces chiffres on voit immédiatement qu'il existe entre eux des rapports étroits: pour chaque espèce, les deux quotients sont du même ordre de grandeur et 29 fois sur 34 le coefficient chlorophyllien brut est égal au quotient respiratoire, aux erreurs d'expérience près, ou plus près que lui de l'unité.

Les seules exceptions sont relatives à la betterave, au chou, au géranium,

(1) Nombre sans doute trop faible : vide difficile ou épuisement très rapide.

(2) Nombre un peu douteux : plante sensible aux conditions antérieures.

au marronnier jeune et au laurier-cerise; or, les quatre premières espèces sont particulièrement difficiles à étudier, ce qui porte à croire que les $\frac{CO^2}{O}$ trouvés pour elles sont trop faibles, et la dernière n'a donné lieu qu'à un nombre d'expériences insuffisant (trois) pour en affirmer la parfaite exactitude; d'ailleurs, la veille du jour où l'on a fait la détermination du rapport $\frac{O}{CO^2}$, le 8 novembre 1911, on avait trouvé $\frac{CO^2}{O} = 0,99$. Ces exceptions ne sont donc probablement qu'apparentes, mais, même au cas où elles seraient réelles, ce qui après tout n'est pas impossible, il n'en reste pas moins certain que la lumière a pour effet habituel d'atténuer celui de la respiration et en conséquence de rapprocher de 1 le quotient caractéristique des échanges gazeux à l'obscurité.

Une pareille influence ne peut être générale que si le coefficient chlorophyllien réel a lui-même une valeur bien déterminée et sensiblement constante. Essayons de la calculer, en supposant, comme il semble ressortir des données précédentes, qu'elle est la même pour toutes les espèces végétales.

Soient $\frac{CO^2}{O} = \frac{a}{b} = m$ l'équation de la fonction respiratoire, c et d les volumes absolus d'oxygène et d'acide carbonique qui sont échangés au cours de l'assimilation, agissant seule. Le coefficient chlorophyllien brut que fournit l'expérience a pour valeur $\frac{c-b}{d-a}$, quantité qui, d'après ce que nous venons de voir, doit être comprise entre 1 et m.

Dans le cas le plus général où $m > 1$, on aura donc $\frac{c-b}{d-a} > 1$, d'où

$$1 - \frac{c}{d} < \frac{b}{d}(m-1),$$

et, dans celui où $m' < 1$, au contraire,

$$1 - \frac{c}{d} > \frac{b'}{d}(m'-1).$$

Or, le rapport $\frac{b}{d}$ et la différence $m-1$ sont toujours de beaucoup inférieurs à l'unité, et comme les relations que nous venons de signaler s'observent encore quand le produit $\frac{b}{d}(m-1)$ est, au signe près, inférieur à 0,01, il faut en conclure que le nombre $1 - \frac{c}{d}$, à la fois plus petit qu'une

quantité positive et plus grand qu'une quantité négative qui toutes deux convergent vers O, est bien près d'être nul.

Le coefficient chlorophyllien réel $\frac{c}{d}$ s'approche donc assez de l'unité pour qu'il soit impossible d'affirmer qu'il ne lui est pas égal; en d'autres termes, dans l'acte de l'assimilation chlorophyllienne, supposée seule et dégagée de tout phénomène respiratoire, il se dégage un volume d'oxygène égal à celui de l'acide carbonique décomposé, dans les limites d'approximation des méthodes qui ont servi à en déterminer les valeurs.

Ainsi la loi de Boussingault, que ce savant, sans d'ailleurs en affirmer la parfaite correction, avait cru pouvoir déduire de ses mesures du coefficient chlorophyllien brut, et que nous venons de voir n'être pas, en général, exacte dans ce cas, est vraie pour le coefficient chlorophyllien réel, et la différence entre ces deux rapports est principalement, peut-être même uniquement, due aux variations du quotient respiratoire. La question ne pourra être définitivement tranchée qu'en abaissant davantage la limite des erreurs expérimentales possibles, par conséquent en faisant usage de méthodes plus précises encore que les nôtres.

Ces résultats, bien qu'absolument conformes à la théorie de Baeyer sur le mécanisme de l'assimilation, n'ont pas été sans nous surprendre un peu, et nous devons dire quelques mots des conséquences qu'ils entraînent. Étant donnée l'influence qu'on attribue à la lumière et à l'obscurité sur la décomposition et la formation des acides végétaux, il semble logique d'admettre que les mêmes causes doivent modifier la valeur des coefficients chlorophylliens aussi bien que celle des quotients respiratoires.

Cependant, même chez les plantes fortement acides et sensibles aux conditions antérieures, comme l'oseille et la rhubarbe, le coefficient chlorophyllien brut ne dépasse pas le quotient respiratoire; en revanche, ces espèces sont fortement influencées par la chaleur. On peut alors se demander si la désacidification qui se produit au soleil est bien, comme on est porté à le croire, l'œuvre exclusive de la lumière, et la formation des acides l'œuvre exclusive de l'obscurité, et nous nous trouvons ainsi ramenés à cette idée, émise déjà sous une autre forme par de Vries, que c'est surtout à la différence des températures du jour et de la nuit qu'il faut rapporter les changements de composition qui s'observent chez les plantes sensibles à cette influence.

Remarquons enfin que si le coefficient chlorophyllien réel est bien égal à 1, comme nous sommes conduits à l'admettre, notre méthode d'observa-

tion de la respiration à la lumière, précédemment décrite, se trouve pleinement justifiée.

En arrivant au terme de ce long travail, nous résumerons, sous forme de conclusions générales, les faits nouveaux que nous avons pu découvrir et qui nous paraissent devoir être considérés comme définitivement acquis.

1. Chez les plantes vertes, le quotient respiratoire normal des feuilles est, en général, supérieur à l'unité pendant toute leur période de croissance.

2. Le quotient respiratoire des feuilles diminue quand elles avancent en âge ou qu'elles sont soumises à un épuisement rapide; son abaissement excessif est un signe de dépérissement ou d'usure des organes sur lesquels on l'observe.

3. A température constante et dans les conditions prévues par la théorie, toutes les feuilles dont le quotient respiratoire est plus grand que 1 augmentent la pression de l'air dans lequel elles respirent, aussi bien au jour qu'à l'obscurité; au cas contraire, elles la diminuent.

4. Certaines espèces, particulièrement celles qui sont riches en acides organiques, sont sensibles aux conditions antérieures d'éclairement ou de température; une forte insolation a alors pour effet de diminuer le quotient respiratoire, quelquefois jusqu'à le rendre nul, tandis que le séjour à l'obscurité le relève.

5. A chacune des conditions qui peuvent influencer la respiration végétale correspond un état d'équilibre particulier que la plante tend à atteindre par adaptation.

6. Lorsqu'une plante est en équilibre avec les conditions extérieures, il existe une relation simple entre ses quotients respiratoires apparent et réel, la densité de chargement du milieu où elle se trouve et son coefficient d'absorption pour l'acide carbonique. Celui-ci, chez les feuilles minces, est à peu près double du coefficient de solubilité du même gaz dans l'eau pure; le suc cellulaire, dans une feuille maintenue à l'abri de la lumière, en est donc sursaturé.

7. Le coefficient chlorophyllien brut est généralement intermédiaire entre le quotient respiratoire et l'unité.

8. Le coefficient chlorophyllien réel est très approximativement égal à 1.

9. L'oxygène qui se dégage d'une feuille verte au soleil provient à peu près exclusivement de la décomposition du gaz carbonique fourni par l'atmosphère et la respiration normale.

10. Le phénomène de l'assimilation ne modifie pas sensiblement le rapport de l'hydrogène à l'oxygène dans la composition des tissus végétaux; les changements que ceux-ci éprouvent au cours de leur croissance sont dus surtout et peut-être en totalité à la fonction respiratoire.

11. Les variations qu'éprouvent les échanges gazeux, diurnes ou nocturnes, qui s'effectuent entre l'atmosphère et une plante, par conséquent les changements de composition de celle-ci, sont pour la majeure partie attribuables à l'influence qu'exerce la chaleur sur le quotient respiratoire. Ou, inversement :

Les variations que le quotient respiratoire réel éprouve à la suite des changements de température ont pour origine les modifications que la chaleur apporte à la composition chimique des tissus végétaux, la fonction chlorophyllienne n'en étant pas affectée.

PHYSIQUE. — *Sur la production de champs magnétiques intenses à la surface du Soleil.* Note de M. **Gouy**.

On regarde souvent les champs des taches solaires comme produits par des tourbillons de gaz électrisés, dont l'élément de volume dv transporte la charge $\delta\, dv$ avec la vitesse V, et produit ainsi le champ $\frac{V \sin\alpha\, dv}{r^2}$ (effet Rowland). Cette idée semble plausible au point de vue qualitatif, mais, dans les expériences du genre de celle de Rowland, il faut mettre en jeu des charges produisant des champs électriques *intenses*, pour n'obtenir que de *très faibles* champs magnétiques. Ce constraste n'est pas changé par la vaste échelle des phénomènes solaires, car les deux champs conservent leurs rapports dans des tourbillons semblables, si V et δ restent les mêmes aux points homologues.

Si l'on exprime les deux champs F et H en volts : cm et en gauss, les champs dF et dH produits par un élément de volume sont dans le rapport $\frac{300\, c}{V \sin\alpha}$, c étant la vitesse de la lumière. Les champs F et H en un même

point ne sont pas proportionnels, mais si l'on calcule leurs plus grandes valeurs F_1 et H_1 (en des points différents), les conditions de l'intégration sont comparables [1] et le rapport de ces deux valeurs est au moins de l'ordre de grandeur de $\frac{300\,c}{V_1}$, en désignant par V_1 la plus grande valeur de V [2].

Pour qu'un tourbillon électrisé produisît, par l'effet Rowland, les milliers de gauss que montrent les taches, il faudrait donc qu'il y eût quelque part dans le gaz des champs électriques énormes (des milliards de volts : cm), qu'aucun milieu matériel connu ne peut supporter.

Il faut donc chercher dans une autre direction. On admet généralement qu'en raison de leur température élevée les gaz du Soleil sont en partie ionisés, c'est-à-dire conducteurs, et aussi qu'ils sont le siège d'une circulation active, exigée par le transport de la chaleur. Mais, avec des conducteurs en mouvement, on peut disposer une dynamo capable de créer un champ magnétique fort, pourvu qu'elle soit amorcée par un champ faible. On peut donc concevoir l'existence dans le Soleil de *dynamos gazeuses* produisant de tels effets, si les courants gazeux présentent des dispositions appropriées et possèdent une énergie mécanique suffisante.

J'ai déjà donné une indication à ce sujet, en considérant des mouvements giratoires dans un milieu très raréfié [3]; les courants électriques y seraient produits par un mécanisme qu'on peut regarder comme une variante de l'effet Hall.

On peut aussi considérer des courants de gaz plus denses, au-dessous de la surface de la photosphère, et négliger alors l'effet Hall pour une première approximation. Soient, en un point P, V la vitesse du gaz, γ sa conduc-

---

(1) Il faut excepter le cas où le tourbillon serait constitué par un grand nombre de couches alternativement positives et négatives, dont les effets électrostatiques se neutraliseraient, tandis que leurs effets électromagnétiques s'ajouteraient, ces couches étant animées de vitesses opposées; mais une telle complication est hors de cause.

(2) Voici deux exemples très simples :

1° Une sphère tourne tout d'une pièce, la vitesse équatoriale est 1 km : sec. La densité δ est uniforme, et telle que $H_1 = 3000$ gauss (au centre). On a $F_1 = 2,7.10^{11}$ volts : cm à la surface de la sphère.

2° Le tourbillon est un cylindre indéfini; la vitesse est partout 1 km : sec.; la densité δ est uniforme, et telle que $H_1 = 3000$ gauss (sur l'axe). On a $F_1 = 1,35.10^{11}$ volts : cm. à la surface du cylindre.

(3) *Sur un genre particulier de courants électriques* (*Comptes rendus*, 30 septembre 1912).

tivité, H le champ magnétique dont la direction fait un angle β avec celle de V; le point P est le siège de la force électromotrice $VH \sin\beta$, d'où résultent des courants électriques dans la masse gazeuse. Ces courants produisent au point P un champ H' qui se superpose à un champ H_0 dû à une cause extérieure, d'où résulte le champ réel H. Toutes ces quantités sont indépendantes du temps.

Si nous attribuons partout à H_0 la valeur zéro, H et H' se confondent, et il peut arriver qu'ils s'annulent aussi. Supposons, au contraire, qu'il existe entre γ, le vecteur V et les coordonnées, une relation telle que H ne s'annule pas. En multipliant partout la densité du courant par un même facteur, on aurait encore un état possible, puisque H et la force électromotrice se trouveraient multipliés par ce même facteur. Il y aurait donc alors indétermination pour le courant et le champ. Si la vitesse V était partout multipliée par un même facteur K, la force électromotrice deviendrait partout trop grande ou trop petite pour maintenir les courants existants, suivant que $K \gtrless 1$. L'état envisagé ici est donc un état critique, où la dynamo s'amorce sous l'action d'un champ très faible, en fournissant un champ indéfiniment croissant ([1]).

Pour que les choses se passent ainsi, il faut qu'il y ait dans la masse gazeuse au moins deux régions A et B qui jouent les rôles de l'induit et de l'inducteur d'une dynamo-série. Il faut que les courants de A renforcent les courants de B, soit directement, soit par leur champ magnétique, et que, réciproquement, ceux-ci renforcent les courants de A, et cela sans limite, pourvu que V et γ conservent leurs valeurs.

Bien entendu, dans la réalité, les courants électriques et le champ seraient limités par l'énergie disponible du courant gazeux, dont la vitesse varierait automatiquement de manière à satisfaire à cette condition.

Similitude. — Considérons deux systèmes semblables de courants gazeux, dont les dimensions linéaires sont dans le rapport $n:1$; les directions du courant gazeux, ainsi que γ et H, sont supposées les mêmes aux points homologues ([2]). Nous supposons réalisé l'état critique défini plus haut. On établit aisément les propositions suivantes :

1° Les vitesses V sont dans le rapport $1:n$;

2° Les énergies dissipées par l'effet Joule sont dans le rapport $n:1$,

---

([1]) L'intervention de l'effet Hall pourrait modifier sensiblement ce qui précède.

([2]) La similitude rigoureuse ne peut exister sur un même soleil, puisque le gradient de γ en profondeur n'est pas arbitraire.

tandis que les énergies emmagasinées dans le champ magnétique sont dans le rapport $n^3 : 1$. Si donc on envisage la formation d'une tache dans un temps déterminé, l'énergie perdue par l'effet Joule, si les dimensions sont très grandes, sera petite vis-à-vis de l'énergie utilisée pour créer le champ magnétique.

L'action que nous envisageons est donc, à certains points de vue, facilitée par la grande échelle des phénomènes solaires. Peut-il exister des systèmes de courants gazeux capables de produire de tels effets? Si l'on pouvait disposer à volonté de γ et de V, en fonction des coordonnées, le problème admettrait des solutions, puisqu'il suffirait de copier la disposition d'une dynamo-série sans fer. Mais une telle solution paraît trop compliquée, même en attribuant à l'induit la disposition simple du disque de Faraday. Si l'on se borne à faire des hypothèses raisonnables sur V et γ, le problème devient plus ardu, sans être sans doute insoluble.

GÉOLOGIE. — *Nouvelles données relatives à la tectonique des environs de Briançon.* Note de MM. **W. Kilian** et **Ch. Pussenot.**

L'analyse attentive et minutieuse des conditions stratigraphiques de la série sédimentaire briançonnaise et des dislocations observables dans cette région des Alpes, notamment entre Briançon et la frontière italienne, nous a conduits à des résultats précis, sensiblement différents de ceux que des explorations provisoires avaient permis de formuler sur cette région exceptionnellement compliquée. L'analyse qu'on va lire nous autorise aux conclusions suivantes :

A. *Transition progressive et graduelle du facies briançonnais au facies piémontais.* — Nous avons montré dans une précédente Note [1] que lorsqu'on s'éloigne de Briançon vers l'Est, on voit successivement tous les termes supérieurs aux Calcaires triasiques et inférieurs au Flysch se modifier et prendre la forme de schistes; à l'est de Clavières, l'ensemble de ces facies schisteux prend, par suite d'une sorte de métamorphisme régional, accompagné de multiples intrusions de roches basiques (*Pietre verdi*), un aspect uniforme et constitue la formation connue sous le nom de *Schistes lustrés*. Au sommet de ce complexe on distingue, en certains points, des schistes plus feuilletés, *toujours dépourvus d'intercalations intrusives* de

[1] *Comptes rendus*, 4 novembre 1912.

Roches vertes, qui continuent vers l'Est le *Flysch noir* de la zone du Briançonnais, et auxquels se rattachent nettement les brèches de l'Alpet, de l'Eychauda et du Gros, près Guillestre ([1]), et des Galettes, près Escreins, à fragments remaniés de roches vertes ([2]).

Bien qu'ils soient, en apparence seulement, liés aux Marbres en plaquettes par suite des phénomènes dynamiques qui les ont *simultanément laminés*, ces Schistes supérieurs en sont séparés par une *discontinuité de sédimentation incontestable*, attestée par la présence, dans les brèches qui les accompagnent, en certains points, de galets de roches vertes préalablement laminés, de fragments de Marbre de Guillestre (Jur. sup.), etc. ([3]).

Nous avons d'ailleurs nettement observé l'existence de synclinaux de ces Schistes éogènes (Schistes lustrés supérieurs) enclavés dans les Schistes lustrés mésozoïques (Schistes lustrés inférieurs) sur le flanc est de la cime de la Charvie, au sud-est de Cervières.

B. *Absence de ligne de discontinuité entre la zone à facies briançonnais et la zone des Schistes lustrés.* — Il ressort avec évidence de l'étude attentive et scrupuleuse de la région, qu'aucune ligne de discontinuité importante n'existe à la latitude de Briançon, à l'est de cette ville, et qu'une *solidarité manifeste relie, dans cette partie des Alpes, la zone du Piémont à la zone dite « du Briançonnais »*. Comme preuve de cette solidarité, on peut citer :

a. La continuité évidente que présentent dans leurs modifications progressives de facies, en se dirigeant de l'Ouest à l'Est, les diverses assises sédimentaires, ainsi que la présence de masses intrusives de roches vertes (*Pietre verdi*) *échelonnées au sein des assises à facies briançonnais* (val des Prés, Rio Secco, Cervières, etc.), *aussi bien que dans les Schistes lustrés* qui en représentent la continuation vers l'Est, démontrent nettement qu'il n'existe, entre les assises qui constituent les massifs qui séparent Briançon du Pelvoux et celles qui forment la région des Schistes lustrés (zone du Piémont), aucune démarcation tranchée, et que toute cette région appartient manifestement à *un même ensemble ou à une même nappe de charriage*.

b. L'analogie très grande de la faune rhétienne du Pas-du-Roc (Maurienne) avec celle des gisements situés à l'est de Briançon et occupant (la Mulatière) la base du complexe des Schistes lustrés.

([1]) Contrairement à M. Boussac, nous assimilons les brèches du Gros à celles de l'Alpet, qui leur sont *identiques* et qu'il n'y a *aucune* raison de séparer.

([2]) W. Kilian, *Bull. Serv. Carte géol. de France*, n° 75, t. XI; *Bull. Soc. géol. de France*, 3e série, t. XXVII, 1899, p. 126.

([3]) W. Kilian, *Bull. Serv. Carte géol.; Comptes rendus des Collab.*, t. X, 1898-1899, p. 100.

Si l'on ajoute à ces constatations le fait que les facies caractéristiques de la série briançonnaise se continuent à l'Ouest jusque près de Vallouise et de Guillestre et que les assises à Nummulites n'apparaissent qu'au delà de cette limite (col de l'Eychauda, Saint-Clément, Ubaye), on est amené à conclure que s'il existe dans les Alpes delphino-provençales un accident qui puisse représenter le bord frontal d'une nappe charriée, correspondant à une ligne de discontinuité, c'est *à l'ouest* du Briançonnais qu'il doit être recherché.

La présence de brèches semblables à celle de l'Eychauda à l'Alpet, près du mont Genèvre, ainsi que l'existence de roches vertes avec leur cortège (micaschistes, amphibolites, serpentines) habituel *au sein* même des assises de facies franchement briançonnaises (Chaberton, Rio Secco, Alpet, Lasseron, Cervières, etc.) dans des relations et intrications telles qu'il est absolument impossible d'en expliquer la présence par des charriages, rendent, à notre avis, tout à fait improbable l'origine lointaine de ce que M. Termier a appelé la *quatrième écaille* du Briançonnais. MM. Argand [1] et Boussac [2], dans leurs récentes cartes structurales, ont admis l'existence de cette écaille exotique venue de l'Est, mais la constatation que nous avons faite de la liaison certaine des *Pietre verdi* avec le Jurassique supérieur nous porte à considérer comme normale la superposition constatée par M. Termier à Serre-Chevalier; il n'y a aucune raison, dès lors, de considérer comme charrié ce que M. Termier a appelé la *quatrième écaille*.

Il est d'ailleurs remarquable de voir, en Tarentaise, ces roches vertes se montrer au mont Jovet, au col de Broglie, dans une situation analogue, en relation avec les Schistes lustrés liasiques, et à Picheru avec les Marbres phylliteux du Trias, attestant ainsi une solidarité évidente entre les Schistes lustrés du bord pennique frontal, ceux du Briançonnais oriental et ceux de la zone du Piémont.

L'étude approfondie de la région qui sépare Briançon de Césanne donne donc l'impression d'une continuité parfaite entre la zone du Piémont et la zone du Briançonnais.

La structure en éventail de la zone du Briançonnais à la latitude de Briançon est incontestable et se rapproche d'une façon remarquable du schéma théorique publié par l'un de nous en 1898 (*A. F. A. S.*, Congrès de Boulogne-

---

(1) ARGAND, *Les nappes de recouvrement des Alpes occidentales; neuf coupes dans les Alpes occidentales*: matériaux pour la Carte géologique de la Suisse, 1911.

(2) BOUSSAC, *loc. cit.*

sur-Mer, p. 403). La zone du Briançonnais se présente bien comme « un massif central très allongé, disposé en éventail composé et pourvu de sa couverture sédimentaire » (*Ibid.*, p. 401).

Bien que les plis couchés de Rochebrune et les charnières de Cloutzeau et de Bonvoisin, refoulées vers l'Italie, soient des accidents d'une grande acuité pour de simples *plis en retour*, ils n'excluent pas l'hypothèse d'un charriage d'ensemble préalable vers l'Ouest de tout le complexe constituant l'éventail et comprenant au moins en partie la zone des Schistes lustrés, mais il nous semble désormais définitivement établi qu'il n'existe ni dans cet ensemble, ni entre la zone des Schistes lustrés et le pays briançonnais, aucune trace de discontinuité ou de surface de charriage qui permette d'y reconnaître des *nappes* de quelque importance.

M. Argand [1], dans ses remarquables coupes des Alpes occidentales, a représenté la quatrième écaille dont il n'y a, en réalité, aucune raison pour admettre l'existence.

M. Boussac a adopté la même hypothèse et représenté, sur les cartes qui accompagnent sa magistrale monographie du Nummulitique [2], plusieurs masses de recouvrement venant de régions lointaines situées à l'Est. Or nous avons vu que s'il existe dans cette région des Alpes une ligne de contact anormale de quelque importance, elle se trouve à l'ouest de Briançon et correspond à la zone des Aiguilles d'Arves, sur le bord occidental de laquelle elle doit être recherchée, ainsi qu'en témoigne la différence considérable qui se manifeste dans la composition de la série stratigraphique à l'ouest (Pelvoux, fenêtres autochtones de l'Embrunais et de l'Ubaye) et à l'est de cette ligne (zone des Aiguilles d'Arves, masses de recouvrement de l'Embrunais et de l'Ubaye).

Cette ligne passe *en arrière* du massif cristallin du Mercantour où elle s'atténue graduellement en se prolongeant vers le Col de Tende. De toutes les lignes frontales de chevauchement observables dans les Alpes centrales et jusqu'au Sud du Mont-Blanc (Chapieux), où le bord frontal de la nappe du Petit-Saint-Bernard recouvre encore partiellement la zone des Aiguilles d'Arves, c'est la dernière qui subsiste vers le Sud.

C. *Forme et succession des accidents tectoniques, dans le Briançonnais oriental; déversement des plis vers l'Italie.* — La structure des environs

---

(1) *Loc. cit.*

(2) J. Boussac, *Études stratigraphiques sur le Nummulitique alpin*, Paris, 1912 (Thèse de doctorat).

immédiats de Briançon présente une complication encore beaucoup plus grande que ne peut le faire supposer l'image, exacte dans ses traits essentiels, qu'en a donné l'un de nous sur la feuille de Briançon de la Carte géologique détaillée de la France au $\frac{1}{80000}$ (1).

Au point de vue tectonique, une coupe allant du Pelvoux à Césanne (Italie) rencontre, en se dirigeant à l'Est de Sainte-Catherine et de la Guisane, outre quelques plis verticaux ou faiblement déjetés (*hésitants*) (montagne du Grand-Aréa, Pécé), une série *de charnières anticlinales fortement couchées vers l'Italie* (pointe de Charra, du Cloutzeau, Janus, Lasseron) parfois détachées par étirement (Rocher des Prés) de leurs racines situées plus à l'Ouest, et disloquées par *des abaissements d'axe transversaux* (Gondran), par de petites cassures transversales (Briançon-ville) et par des *plis faibles secondaires* (Malapa, Cirque de l'Opon, Cirque de la Suffie). Dans la vallée de la Cerveyrette, l'érosion torrentielle a fait apparaître (*fenêtre de Cervières*) le substratum synclinal (Marbres en plaquettes et *Pietre verdi* de la batterie du Bois des Bancs) sur lequel a été refoulée vers l'est la charnière anticlinale du Lasseron-Gondran. Une autre *fenêtre* s'observe dans le vallon des Acles où apparaît le substratum synclinal de la charnière anticlinale de Charra. La variation de ces éléments dans le sens transversal par suite de plusieurs abaissements de portions importantes, de ces charnières, est tout à fait remarquable.

La plupart des accidents observables entre la Guisane et la frontière italienne accusent un énergique refoulement *vers l'Est*, ainsi qu'en témoignent les anticlinaux couchés et rabattus vers l'Est (Gondran, Lasseron, Malapa) avec laminage partiel de leurs racines dont nous avons parlé plus haut.

Au Nord-Ouest, une très importante élévation d'axe s'observe dans le massif du Thabor pour un des faisceaux de plis les plus occidentaux.

M. **Édouard Heckel** fait hommage à l'Académie du 10e Volume, 2e série (1912), des *Annales du Musée colonial de Marseille*, publiées sous sa direction.

---

(1) *Carte géol. détaillée* (feuille de Briançon à $\frac{1}{80000}$), par MM. Termier, Kilian, Lugeon et P. Lory, 1900.

RAPPORTS.

M. J. **Violle**, au nom de la *Commission des Paratonnerres*, donne lecture du Rapport suivant :

Sur les inconvénients que pourrait causer aux appareils des Postes et Télégraphes le voisinage de certains paratonnerres spéciaux dits niagaras.

M. le Sous-Secrétaire d'État aux Postes et Télégraphes a saisi l'Académie de l'appréhension que lui cause le projet de l'installation à Nantes d'un dispositif électrique dit *niagara* sur l'église Saint-Nicolas, située à 150^m environ du bureau central téléphonique, lequel est surmonté d'une tourelle d'aboutissement des fils aériens.

S'il ne s'agissait que de cette appréhension spéciale, notre réponse ne nécessiterait pas un long exposé.

Mais M. le Sous-Secrétaire d'État nous communique en outre l'avis très étudié d'un ingénieur de son administration, qui soulève divers problèmes, et il termine sa lettre en insistant sur l'importance de la « question qui intéresse à un haut degré le fonctionnement des services électriques de (son) administration, au double point de vue des lignes proprement dites et des bureaux centraux ».

Nous avons donc pensé qu'il y aurait intérêt à considérer la question d'une façon plus générale, ainsi que l'avait fait M. l'Ingénieur de l'Administration, évidemment très au courant des idées actuelles sur l'électricité et ayant approfondi la météorologie électrique.

I. D'abord, qu'est-ce qu'un niagara électrique?

C'est une longue et large lame de cuivre électrolytique, non écroui, partant d'un faisceau de pointes en cuivre placé à grande hauteur et aboutissant à une nappe d'eau dans laquelle cette lame se termine de même par un faisceau de pointes en cuivre.

La longue lame de cuivre électrolytique et son aboutissement dans une nappe d'eau constituent, d'après l'auteur, M. de Beauchamp, les caractéristiques du système (toute action grêlifuge laissée de côté).

La manière de terminer en haut les paratonnerres par un rateau en cuivre, par des lames de cuivre en forme d'aloès disposées tout le long de la tige supérieure, ou par un balai de brins de cuivre effilés, est secondaire.

L'écartement des postes dans un barrage électrique sera à régler suivant les circonstances : on l'a pris de 10^{km} dans le barrage électrique de la Vienne, d'après la largeur de la zone qui a paru protégée à Saint-Julien-l'Ars, où la première installation fut faite en 1899.

La hauteur des postes a été fixée à 50^{m} ou 40^{m}, au minimum, au-dessus du niveau général du sol.

Sous leur action continue, « l'électricité atmosphérique, dit M. de Beauchamp, a l'air de s'engouffrer dans le sol, les orages qui se présentent menaçants paraissent absorbés ; d'où le nom de *niagara* ou *gouffre électrique* donné à ces appareils, simplement pour faire image ».

Dans un langage moins imagé, nous dirons que ces appareils sont de très hauts paratonnerres, à grand débit, généralement bien installés, réserves faites de certaines critiques qui, d'ailleurs, s'appliquent à presque tous les paratonnerres, dont les bienfaits sont hors de cause ici.

2. Depuis les instructions sur les paratonnerres, successivement adoptées par l'Académie des Sciences suivant les rapports de Le Roy, de Gay-Lussac et de Pouillet, des idées nouvelles se sont introduites quant à la manière d'établir les paratonnerres.

D'un côté, Melsens a essayé d'appliquer le principe de la cage de Faraday à la protection des édifices contre les décharges atmosphériques.

D'un autre côté, les études touchant les effets produits par les oscillations électriques rapides ont conduit les physiciens à regarder les coups de foudre comme étant le plus souvent des décharges oscillantes à très courte période. D'où la nécessité de mettre à profit contre ces décharges les résultats acquis dans les études précitées ainsi que dans les installations si merveilleusement agencées de télégraphie sans fil, où les prises de terre, en particulier, sont effectuées avec un soin remarquable.

3. Il n'est peut-être pas sans intérêt de rappeler ici que l'Administration des Postes et Télégraphes a été des premières en France, et l'on doit l'en féliciter vivement, à s'engager dans la voie ouverte par Melsens et aujourd'hui généralement suivie.

Voici, en effet, plus de vingt ans que le bureau central de Marseille, pour ne parler que de celui-là, est pourvu d'un système mixte établi d'après

les plans de l'inspecteur général Belz, et comprenant, outre les anciens paratonnerres classiques, un ensemble de tiges avec saillies et pointes multiples, un système complet de rubans en cuivre étamé de haute conductibilité, de câbles en même métal, de perd-fluide et d'appareils contrôleurs. Notons encore que la terre y fut prise d'une façon en quelque sorte double. Du réseau entier partaient quatre rubans de descente reliés entre eux, à leur partie inférieure, par un câble de cuivre reposant dans une tranchée profonde où l'on versa des tonnes de coke et de sel. Puis, comme on avait reconnu, à 4^m environ au-dessous, une couche glaiseuse, on perfora cette couche et l'on y prolongea les rubans de descente par des barres allant chercher jusqu'à 8^m une couche aquifère, à l'intérieur de laquelle on les termina par des plaques de cuivre étamé.

Quelques jours à peine après l'inauguration, ce système résista victorieusement au terrible orage du 1er octobre 1891, qui, pendant trois heures consécutives, fit jaillir d'énormes lames de feu de toutes les pointes et des fils, au nombre d'un millier, aboutissant à la tourelle téléphonique.

Cet exemple est particulièrement intéressant. Il prouva une fois de plus qu'un système de paratonnerres bien conçu et exactement réalisé peut triompher d'actions extrêmement énergiques.

4. On citerait facilement des installations industrielles de paratonnerres établies, depuis lors, suivant les mêmes principes : bouquets de pointes réunis par des bandes de cuivre électrolytique étamé, larges de 30^{cm} et épaisses de 2^{mm}, épousant au mieux la forme des bâtiments en évitant les angles brusques, et gagnant directement une terre appropriée, ainsi que cela a été pratiqué en 1899 à l'usine hydro-électrique de Cusset par la Société de Jonage.

5. Mais, dans la plupart des cas, encore aujourd'hui, les prises de terre, dont M. l'Ingénieur de l'Administration souligne très judicieusement l'importance, laissent fort à désirer. On se contente, par exemple, d'amener la tige de descente dans un puits sans se préoccuper de la manière d'être de ce puits, qui peut constituer une véritable bouteille de Leyde. Une mare d'eau stagnante ne fournira le plus souvent qu'une terre bien médiocre. Une couche d'eau telle que la nappe souterraine de la Seine, que l'on considère volontiers comme formant une terre excellente, présente encore elle-même une résistance énorme, relativement à celle d'un paratonnerre bien agencé. L'admirable poste de télégraphie sans fil installé à la tour

Eiffel ne s'est pas contenté de la couche aqueuse souterraine : il s'est constitué une terre presque sans résistance au moyen de surfaces métalliques énormes, offrant ainsi un modèle auquel il importera de savoir se conformer.

6. D'ailleurs, puisque les décharges atmosphériques affectent le plus souvent la forme d'oscillations extrêmement rapides, on n'attachera qu'une importance secondaire à la résistance ohmique des conducteurs relativement à leur self-induction qu'on devra s'efforcer de réduire au minimum. Tout système de pointes devra être muni d'un conducteur descendant directement et sans sinuosités appréciables à la prise de terre, formée elle-même par une surface métallique aussi grande que possible.

7. Si donc le cuivre électrolytique convient assurément très bien pour constituer le conducteur d'un paratonnerre, on ne devra pas se faire d'illusions sur le bénéfice que présenterait la grande conductibilité de ce conducteur, tandis que la terre à laquelle il aboutit laisserait à désirer.

On n'oubliera pas non plus que, dans les manifestations les plus dangereuses de la foudre, ce ne sera pas la résistance du circuit qui gênera surtout le mouvement de l'électricité. Ce ne sera pas elle qui provoquera spécialement ces décharges qui pourront venir frapper brusquement des conducteurs voisins.

8. Déjà, dans l'instruction du 23 avril 1823, Gay-Lussac signalait le danger de rester près d'un paratonnerre en temps d'orage.

En 1897, l'attention de l'Académie fut appelée de nouveau sur cette question, à propos des dangers que peut présenter le voisinage des conducteurs d'énergie électrique et par suite de tous les conducteurs « qui, exposés à des coups de foudre, peuvent transmettre momentanément des quantités énormes d'énergie ».

D'après le rapport soumis à l'Académie le 31 mai 1897, « une ligne transportant de l'énergie électrique ne constitue par elle-même aucun danger pour les objets qui ne sont pas situés dans son voisinage immédiat : une distance de 10^m paraît suffisante pour écarter tout risque ».

Cette règle convient de soi aux conducteurs de paratonnerres convenablement reliés au sol.

Mais un paratonnerre, même bien agencé, peut présenter, à un instant donné, quelques défauts, surtout du côté de sa prise de terre. On agira

donc prudemment en écartant tout conducteur indépendant à 20^m au moins d'un niagara et généralement de tout système analogue.

9. Nous n'avons d'ailleurs pas à faire état ici de la conductibilité que l'air acquerrait par ionisation, sous l'action de l'électricité émise par les pointes multiples d'un paratonnerre, ce paratonnerre fût-il un niagara. L'air, même fortement ionisé, n'est en fait qu'un médiocre conducteur.

10. Il nous paraît donc que le niagara projeté sur l'église Saint-Nicolas, à Nantes, ne saurait causer aucun dommage au bureau téléphonique situé à 150^m et installé avec le soin dont l'Administration des Postes et Télégraphes s'est depuis longtemps fait une règle.

11. Nous estimons de même que, dans l'incendie qui s'est déclaré à l'Hôtel des Postes de Poitiers, pendant le violent orage de la nuit du 25 au 26 juillet 1911, le niagara installé près de 90^m au delà, sur le belvédère de l'Hôtel de Ville, n'a joué aucun rôle.

L'explication la plus vraisemblable du sinistre paraît être dans un coup de tonnerre ayant directement frappé la herse placée sur l'Hôtel des Postes.

Quoi qu'il en soit, cet incendie, rapproché des lames de feu constatées en 1891 sur les paratonnerres et les fils téléphoniques du bureau central de Marseille, comporte un enseignement, à savoir qu'au point de vue de la sécurité il y aurait avantage à n'arriver aux stations centrales que par fils souterrains.

12. Assurément, chaque fil, à son entrée au bureau, est muni d'un système d'appareils protecteurs d'intensité (fusibles coupe-circuit) et protecteurs de tension (parafoudres), qui ne laissent guère à désirer. Nous recommanderions seulement de mettre toujours en tête un parafoudre. Toutefois ce système, imaginé plutôt pour protéger des courants dus à quelque contact accidentel avec les lignes industrielles d'énergie, ne met qu'incomplètement à l'abri des effets de la foudre.

Si la foudre frappe le fil en rase campagne, elle le brise généralement sur trois ou quatre portées et elle ne va pas plus loin. Si, cependant, un courant parvient jusqu'au bureau, il sera arrêté par le système protecteur.

Mais, lorsque la foudre frappe directement la herse ou la tourelle placée à la partie supérieure du poste central, l'accident deviendra grave, si, pour une cause quelconque, la décharge se trouve localisée en quelque sorte dans un court espace, d'où elle pourra s'élancer en traits de feu funestes.

Avec des fils d'arrivée souterrains, le danger serait reporté aux cabanes de coupure (là où le réseau aérien devient souterrain), et il y serait beaucoup moins redoutable.

13. Nous devons enfin considérer le cas où des lignes aériennes passeraient à proximité d'un niagara.

En dehors de toute autre considération, la nature même des lignes aériennes, « exposées à être déplacées par diverses causes mécaniques ou météorologiques, impossibles à éviter », rend très difficile la fixation d'une distance minimum.

Une précaution essentielle consistera évidemment à installer avec un soin particulier les portions de lignes aériennes voisines d'un niagara.

Cette condition remplie, nous estimons qu'en se tenant à 20^m de distance du niagara, on sera suffisamment à l'abri des influences possibles de cet appareil sur les lignes aériennes.

14. En résumé, un niagara est un grand paratonnerre disposé en vue d'un fort débit.

Pour se garer de quelque défaut possible dans l'agencement de ce système et surtout dans sa prise de terre, pour se mettre complètement à l'abri de l'une de ces décharges latérales auxquelles peut donner lieu un conducteur frappé par certains coups de foudre, l'Administration des Postes et Télégraphes devra maintenir une distance de 20^m au moins entre un niagara, ou tout autre système analogue, et l'une quelconque de ses installations aériennes, poste d'arrivée, ou fils de lignes.

D'autre part, comme une herse ou une tourelle de fils télégraphiques ou téléphoniques aériens, installée sur un hôtel des Postes, semble particulièrement exposée à la foudre, l'Administration aura intérêt à conduire les lignes au poste central par voie souterraine.

Enfin, comme malgré les études poursuivies jusqu'à ce jour, certains effets du tonnerre restent encore mal connus, l'Académie émet le vœu que l'Administration des Postes et Télégraphes lui transmette les renseignements qu'elle est particulièrement à même de recueillir touchant l'électricité atmosphérique. Ainsi, des observations exactes s'ajouteront à celles que, depuis Arago, l'Académie se plaît à enregistrer sur une question qui intéresse si vivement l'humanité.

L'Académie adopte les conclusions de ce Rapport.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section de Botanique, en remplacement de M. *Strasburger*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 40,

M. Vuillemin obtient	39 suffrages
M. Sauvageot »	1 suffrage

M. **Vuillemin**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

COMMISSIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination de Commissions de prix, chargées de juger les Concours de l'année 1913.

Le dépouillement du scrutin donne les résultats suivants :

Économie rurale : *Prix Bigot de Morogues.* — MM. Schlœsing père, Chauveau, Müntz, Émile Roux, Schlœsing fils, Maquenne, Guignard, Prillieux, Tisserand.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Costantin, Marchal.

Zoologie : *Prix Savigny, Cuvier.* — MM. Ranvier, Perrier, Delage, Bouvier, Henneguy, Marchal, Grandidier, Müntz, le prince Roland Bonaparte.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Laveran, Douvillé.

Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon, Barbier, Bréant, Godard, du baron Larrey, Bellion, Mège, Argut.* — MM. Bouchard, Guyon, d'Arsonval, Laveran, Dastre, Lucas-Championnière, Chauveau, Perrier, Roux, Labbé, Henneguy.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Guignard, Delage.

Physiologie : *Prix Montyon* (Physiologie expérimentale), *Philipeaux*, *Lallemand*, *Pourat*. — MM. Chauveau, Bouchard, d'Arsonval, Roux, Laveran, Dastre, Henneguy.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Perrier, Guignard.

Cette Commission est également chargée de présenter une *question de prix Pourat* pour l'année 1915.

Prix Montyon (*Statistique*). — MM. de Freycinet, Haton de la Goupillière, Darboux, Carnot, Alfred Picard, Labbé, le prince Roland Bonaparte.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Émile Picard, Tisserand.

Prix Binoux. Histoire des Sciences. — MM. Ph. van Tieghem, Darboux, Grandidier, Émile Picard, Guyou, Alfred Picard, Bouvier.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Appell, Bigourdan.

Médaille Arago, *Médaille Lavoisier*, *Médaille Berthelot*. — MM. Guyon, Appell, Darboux, Ph. van Tieghem.

Prix Henri Becquerel, *Gegner*, *Lannelongue*, *Gustave Roux*, *Trémont*. — MM. Guyon, Appell, Darboux, Ph. van Tieghem, Émile Picard, Zeiller.

Prix Wilde. — MM. Ph. van Tieghem, Darboux, Lippmann, Émile Picard, Violle, Lemoine, Baillaud.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Termier, Lecornu.

Prix Longchampt. — MM. Chauveau, Guignard, Roux, Prillieux, Laveran, Dastre, Mangin.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Perrier, Maquenne.

CORRESPONDANCE.

M. **Hugo de Vries**, élu Correspondant pour la Section de Botanique, adresse des remercîments à l'Académie.

L'**Académie Britannique** invite l'Académie à se faire représenter au *Congrès international d'études historiques*, qui se tiendra à Londres du 3 au 8 ou 9 avril 1913.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *La théorie du rayonnement et les quanta.* Rapports et discussions de la Réunion tenue à Bruxelles, du 30 octobre au 3 novembre 1911, sous les auspices de M. E. Solvay, publiés par MM. P. Langevin et M. de Broglie. (Présenté par M. Lippmann.)

2° Alex. Véronnet. *Rotation de l'ellipsoïde hétérogène et figure exacte de la Terre.* (Présenté par M. C. Jordan.)

3° C. Houard. *Les Zoocécidies du nord de l'Afrique.* (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

4° C. Houard. *Les Cynipides et leurs galles*, d'après le cahier de notes du Dr J. Giraud. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

5° A. Gruvel. *Les Crustacés comestibles de la côte occidentale d'Afrique.* (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

6° Mission Gruvel *sur la côte, occidentale d'Afrique* (1909-1910) : *Mollusques*, par MM. Ph. Dautzenberger, L. Germain et A. Gruvel. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

M. **Mathis** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

MM. **A. de Gramont**, **Landouzy**, **E.-A. Martel**, **Paul Renard** prient l'Académie de vouloir bien les compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section des Académiciens libres, par le décès de M. *Teisserenc de Bort*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la nature des solutions de certaines équations aux dérivées partielles.* Note de M. **Maurice Gevrey**, présentée par M. Émile Picard.

1. Dans plusieurs Notes publiées ici-même ([1]) j'ai énoncé un certain nombre de résultats relatifs à l'équation du type parabolique

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + a\frac{\partial z}{\partial x} + b\frac{\partial z}{\partial y} + cz + f = 0. \tag{1}$$

([1]) *Comptes rendus*, 6 juin 1911 et 28 octobre 1912. *Voir* aussi 24 juin 1912, relativement à l'équation (2).

envisagée dans une certaine région R du plan, où les coefficients sont des fonctions de x et de y, *b gardant un signe constant*. Ces propositions concernent la nature des solutions, qui est intimement liée à la nature des coefficients (¹).

2. Lorsque le coefficient *b peut s'annuler*, avec ou sans changement de signe, un examen particulier devient nécessaire : soit, par exemple, l'équation

$$(2) \qquad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - x^p \frac{\partial z}{\partial x} = 0 \qquad p \text{ entier impair.}$$

La détermination d'une solution régulière, au moyen de ses valeurs sur deux contours situés de part et d'autre de Oy, se ramène à la résolution d'une équation de Fredholm de première espèce : en fait, on forme deux solutions, à droite et à gauche de Oy, qui *se raccordent*, ainsi que leurs dérivées premières, sur l'axe des y (problème du raccordement, *loc. cit.*). On peut se poser la question sous une autre forme, comme l'a fait M. Holmgren pour l'équation de la chaleur : étant donnée une solution de (2), régulière d'un certain côté de Oy, quelle doit être la nature des valeurs qu'elle prend sur Oy pour qu'on puisse la *prolonger* de l'autre côté (problème du prolongement)? Sa réponse est la même que pour l'équation de la chaleur : il faut et il suffit que ces valeurs de z constituent ce que nous avons appelé une *fonction* H.

Ces résultats sont vrais également (et d'ailleurs beaucoup plus immédiats) quand p est pair et s'appliquent même à l'équation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \varepsilon |x|^\alpha \frac{\partial z}{\partial y} = 0 \qquad \varepsilon = \pm 1,$$

(¹) Au sujet de cette équation, M. Holmgren a donné, dans les *Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik* (Bd VII), quelques propriétés relatives au maximum et au minimum des solutions et à leur unicité. J'ai eu occasion, au cours de mes recherches, d'utiliser des remarques un peu plus générales, que je donne ici. Si l'on suppose $f = 0$ et a, b, c continus dans R, *sans aucune autre restriction*, aucune solution régulière ne peut admettre en un point de R une valeur positive supérieure (ou négative inférieure) à toutes les autres. *Si b est négatif ou nul*, ce théorème est encore vrai, quand on compare la valeur de z en un point à celles qu'elle prend aux points d'ordonnée inférieure ou égale. On établit également l'unicité d'une solution de (1) prenant des valeurs données sur un contour continu : 1° fermé si b est de signe variable; 2° ouvert, situé au-dessous d'une caractéristique, et limité à ses points d'intersection (en nombre pair) avec celle-ci, si b est négatif ou nul. Dans ces deux cas, d'ailleurs, la solution ne peut dépasser les valeurs extrêmes qu'elles prend sur le contour (quand c a un signe constant les résultats sont plus précis).

α étant un nombre positif quelconque et ε pouvant changer de signe quand on traverse Oy.

3. Si maintenant nous envisageons l'équation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - x^p \frac{\partial z}{\partial y} = a\frac{\partial z}{\partial x} + cz + f, \tag{3}$$

dans laquelle p est impair, le *problème du raccordement* peut aussi, par la formation d'une solution fondamentale suivant la méthode de M. Hadamard [1], être ramené à la résolution d'une équation de Fredholm de première espèce. Quant au *problème du prolongement*, il conduit au résultat suivant, quel que soit p : si les coefficients a, c, f sont des fonctions H dans une région traversée par Oy, la condition nécessaire et suffisante, pour qu'une solution z, définie d'un certain côté de Oy, soit prolongeable au delà, est que $z(0, y)$ soit une fonction H sur la portion de Oy envisagée [2].

4. Nous avions déjà établi ce résultat avec d'autres quand $p = 0$ (Note du 28 octobre 1912). Les autres propositions se généralisent aussi : quand, dans l'équation (1), le coefficient b garde un signe constant dans R, ou s'annule le long de courbes H non sécantes : 1° si les coefficients sont des fonctions H en y, les solutions régulières le sont également, et la condition donnée, dans la troisième Note citée, pour le prolongement d'une solution est exacte, quelle que soit la courbe H envisagée ; 2° si de plus les coefficients sont analytiques en x, les solutions le seront également ; 3° si les courbes où b s'annule sont analytiques, et si les coefficients de (1) sont analytiques en y, toute solution, prenant des valeurs analytiques sur deux

---

(1) *Comptes rendus*, 1er mai 1911.

(2) Le problème de Cauchy, quand on se donne les valeurs de z et de $\frac{\partial z}{\partial x}$ sur Oy, se résout facilement pour l'équation (3) en partant de la formule

$$z(x, y) = \int_0^x d\xi \int_0^\xi \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(k!)^2} \left[\frac{x^q - \xi'^q)(\xi'^q - \xi^q)}{q^2 \xi'^q} \right]^k \frac{\partial^k f(\xi', y)}{\partial y^k} d\xi'$$

qui donne la solution de l'équation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - x^p \frac{\partial z}{\partial y} = f(x, y) \qquad q = p + 2$$

s'annulant sur Oy, ainsi que $\frac{\partial z}{\partial x}$.

arcs analytiques d'équations $x = X_1(y)$, $x = X_2(y)$, sera une fonction analytique de y sur tout segment de caractéristique limité par ces deux arcs.

5. Il est à remarquer que certains des résultats précédents ne sont plus vrais quand on suppose que b s'annule le long d'une caractéristique. Ainsi les solutions régulières de l'équation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^p \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

ne sont pas en général des fonctions H pour les points situés sur Ox. Cependant, si z est une fonction H en deux points de Ox (¹), cette solution sera une fonction H dans toute la bande comprise entre les parallèles à Oy menées par ces deux points.

Des remarques analogues s'appliquent à l'équation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^p \frac{\partial z}{\partial y} = a \frac{\partial z}{\partial x} + cz + f.$$

Pour celle-ci d'ailleurs, les théorèmes relatifs à l'analyticité par rapport à x ou y subsistent sans modifications.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques polynomes qui s'écartent le moins possible de zéro dans un intervalle donné.* Note (²) de M. **A. Pchéborski**, présentée par M. Émile Picard.

C'est P.-L. Tchébischeff qui, le premier, a étudié les polynomes qui s'écartent le moins possible de zéro dans un intervalle donné. Ces polynomes ont été ensuite l'objet des travaux importants de E. Zolotareff, A. Markoff et d'un jeune géomètre, W. Markoff, qu'une mort prématurée a enlevé à la Science (³).

(¹) C'est-à-dire que, si x_0 et x_1 sont les abscisses de ces points, z est fonction H dans les intervalles définis par $x = x_0$, $|y| < \varepsilon$ et $x = x_1$, $|y| < \eta$, quelque petits que soient ε et η.

(²) Présentée dans la séance du 27 janvier 1913.

(³) E. Zolotareff, *Sur l'application des fonctions elliptiques aux questions des maxima et minima* (*Bull. de l'Acad. de Saint-Pétersbourg*, 1877). — A. Markoff, *Sur une question de M. Mendelejeff* (même recueil, 1889). — W. Markoff, *Sur les fonctions qui s'écartent le moins possible de zéro dans un intervalle donné*, Saint-Pétersbourg, 1912.

Je me propose ici de donner quelques théorèmes que j'ai démontrés en étudiant les polynomes $f(x) = p_0 x^n + p_1 x^{n-1} + \ldots + p_n$ aux coefficients réels qui satisfont à deux équations linéaires

$$(1) \qquad \alpha_0 p_0 + \alpha_1 p_1 + \ldots + \alpha_n p_n = \alpha, \qquad \beta_0 p_0 + \beta_1 p_1 + \ldots + \beta_n p_n = \beta,$$

α_i, α, β_i, β étant des nombres réels, assujettis aux conditions que deux au moins des déterminants $\alpha_i \beta_j - \alpha_j \beta_i$, $\alpha_i \beta - \alpha \beta_i$ sont distincts de zéro.

Indiquons par $\omega(\varphi)$ et $\omega_1(\varphi)$ les fonctions linéaires

$$\omega(\varphi) = \alpha_0 q_0 + \ldots + \alpha_n q_n, \qquad \omega_1(\varphi) = \beta_0 q_0 + \ldots + \beta_n q_n,$$

les nombres réels q_i étant les coefficients d'un polynome

$$\varphi(x) = q_0 x^n + \ldots + q_n$$

de degré $\leqq n$. Alors les équations (1) peuvent être écrites ainsi :

$$\omega(f) = \alpha, \qquad \omega_1(f) = \beta.$$

Nous nommerons *le plus grand écart de zéro dans l'intervalle fermé* (a, b) *du polynome* $f(x)$ *aux coefficients réels* le nombre positif L_f, assujetti à la condition $f^2(x) \leqq L_f^2$ $(a \leqq x \leqq b)$, le signe $=$ ayant lieu au moins pour une valeur de x.

Il est aisé de démontrer qu'il existe un minimum $L > 0$ des nombres L_f pour les polynomes satisfaisant aux conditions (1), c'est-à-dire qu'il existe au moins un tel polynome pour lequel $L_f = L$.

Nous nommerons ces derniers polynomes *les polynomes qui s'écartent le moins possible de zéro dans l'intervalle* (a, b) ou, pour abréger, *les polynomes* (m) *dans l'intervalle* (a, b).

En généralisant la méthode donnée par W. Markoff dans le Mémoire cité qui contient des résultats importants et malheureusement très peu connus, on arrive aux théorèmes suivants :

Théorème I. — *Pour que le polynome* $f(x)$ *de degré* n *soit un polynome* (m) *dans l'intervalle* (a, b), *il faut et il suffit qu'il n'existe pas un polynome de degré au plus égal à* n *satisfaisant aux conditions :* 1° $\omega(g) = \omega_1(g) = 0$, *et* 2° *tous les nombres* $f(x_i) g(x_i)$, $i = 1, 2, \ldots, p$, *ont un même signe, les nombres* $a \leqq x_1 < x_2 < \ldots < x_p \leqq b$ *étant toutes les racines de l'équation* $f^2(x) = L_f^2$, *contenues dans l'intervalle* (a, b).

Remarquons qu'on a toujours $p \leqq n + 1$.

Conservant toujours les mêmes notations, introduisons les polynomes

$$F(x) = (x - x_1)(x - x_2)\dots(x - x_p); \qquad F_i(x) = \frac{F(x)}{x - x_i} \qquad (i = 1, 2, \dots, p),$$

alors nous avons les théorèmes qui suivent.

Théorème II. — *Pour que le polynome $f(x)$ de degré n soit un polynome (m) dans l'intervalle (a, b), p étant égal à $n+1$, il faut et il suffit que l'une au moins des trois conditions soit remplie : 1° tous les nombres $(-1)^i\omega(F_i)f(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, n+1$, ont un même signe ; 2° tous les nombres $(-1)^i\omega_1(F_i)f(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, n+1$, ont un même signe ; 3° il existe un entier $0 < j \leqq n+1$ pour lequel tous les nombres $(-1)^i[\omega(F_i)\omega_1(F_j) - \omega(F_j)\omega_1(F_i)]f(x_i)$, $i = 1, \dots, j-1, j+1, \dots, n+1$, ont un même signe.*

Théorème III. — *Pour que $f(x)$ soit un polynome (m) dans l'intervalle (a, b), p étant $\leqq n$, il faut que le rang de la matrice*

$$(2) \qquad \begin{vmatrix} \omega(Fx^{n-p}) & \omega(Fx^{n-p-1}) & \dots & \omega \\ \omega_1(Fx^{n-p}) & \omega_1(Fx^{n-p-1}) & \dots & \omega \end{vmatrix}$$

soit égal à zéro ou à un.

Théorème IV. — *Pour que $f(x)$ soit un polynome (m) dans l'intervalle (a, b), p étant $\leqq n$ et le rang de la matrice (2) étant zéro, il faut et il suffit que l'une au moins des trois conditions soit remplie : 1° tous les nombres $(-1)^i\omega(F_i)f(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, p$, ont un même signe; 2° tous les nombres $(-1)^i\omega_1(F_i)f(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, p$, ont un même signe; 3° il existe un entier $0 < j \leqq p$ pour lequel tous les nombres $(-1)^i[\omega(F_j)\omega_1(F_i) - \omega(F_i)\omega_1(F_j)]f(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, j-1, j+1, \dots, p$, ont un même signe.*

Théorème V. — *Pour que le polynome $f(x)$ soit un polynome (m) dans l'intervalle (a, b), p étant $\leqq n$ et $F(x)$ satisfaisant aux conditions $\omega(Fx^{n-p}) = \omega(Fx^{n-p-1}) = \dots = \omega(F) = 0$, $\omega_1(Fx^{n-i}) \neq 0$ pour une valeur au moins de $i = 1, 2, \dots, p$, il faut et il suffit que tous les nombres $(-1)^i\omega(F_i)f(x_i)$, $i = 1, 2, \dots, p$, aient un même signe.*

Théorème VI. — *Pour que le polynome $f(x)$ soit un polynome (m) dans l'intervalle (a, b), p étant $\leqq n$, le rang de la matrice (2) étant égal à 1 avec les conditions $\omega(Fx^{n-i}) \neq 0$, $\omega_1(Fx^{n-i}) \neq 0$ au moins pour un nombre $i = 1, 2, \dots, p$, il faut et il suffit que tous les nombres*

$$(-1)^j[\omega(F_j)\omega_1(Fx^{n-i}) - \omega_1(F_j)\omega(Fx^{n-i})]f(x_j) \qquad (j = 1, 2, \dots, p)$$

aient un même signe.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions entières d'ordre nul.*
Note de M. **Valiron**, présentée par M. E. Picard.

Je me propose de compléter divers résultats que j'ai obtenus précédemment (¹). Soit $f(z)$ une fonction entière d'ordre nul, $M(r)$ le maximum du module pour $|z| = r$, et r_n le module du $n^{\text{ième}}$ zéro. On peut trouver des fonctions continues $\rho(x)$, dérivables à gauche et à droite, non croissantes, telles que $\rho(x)\log x$ ne décroisse pas, et que

$$n \leq r_n^{\rho(r_n)} \qquad (n > n_0),$$

l'égalité ayant lieu pour une infinité d'indices. Ceci étant on a

$$(1) \qquad \frac{r^n}{r_1 r_2 \ldots r_n} < M(r) = \frac{r^n}{r_1 r_2 \ldots r_n} e^{\alpha r^{\rho(r)}} < e^{(1+\varepsilon)\int_{r_0}^{r} \frac{x^{\rho(x)}}{x} dx},$$

n étant le nombre des zéros de module inférieur à r; α compris entre 0 et 1, et ε tendant vers zéro avec $\frac{1}{r}$. Pour trouver une limite précise (c'est-à-dire atteinte pour certaines fonctions) pour $M(r)$, j'ai cherché à déterminer $\rho(x)$ de façon que

$$\int_{r_0}^{r} \frac{x^{\rho(x)}}{x} dx = (1+\varepsilon) \frac{r^{\rho(r)} \log r}{1 + \rho(r)(\rho + \rho' r \log r)}, \qquad \lim_{r=\infty} \varepsilon = 0.$$

On est tout d'abord conduit à distinguer deux groupes de fonctions.

I. Les fonctions pour lesquelles $\frac{\log n}{\log_2 r_n}$ $\left(\text{ou ce qui est la même chose } \frac{\log_2 M(r)}{\log_2 r}\right)$ est borné supérieurement (²). Pour ces fonctions on a simplement

$$\log M(r) < (1+\varepsilon) \frac{n \log r}{1 + \frac{\log n}{\log_2 r}} \qquad (n = r^{\rho(r)});$$

(¹) Valiron, *Sur les fonctions d'ordre nul* (*Mathematische Annalen*, Bd. 70, 1911, p. 471; *Nouvelles Annales*, 1911). Dans ses Mémoires, M. Littlewood se préoccupe surtout de trouver des expressions asymptotiques très précises de certaines fonctions.

(²) Une partie des fonctions de cette catégorie a été étudiée par MM. Maillet, (*Comptes rendus*, 1903) et R. Mattson (*Thèse*, Upsala 1905).

dans le cas où $\frac{\log n}{\log_2 r_n}$ $\left(\text{ou } \frac{\log_2 M(r)}{\log_2 r} - 1\right)$ tend vers zéro, on a en plus

$$\overline{\lim_{r=\infty}} \frac{\log M(r)}{n \log r} = 1$$

et les réciproques prennent une forme particulièrement simple; dans le cas contraire, on a seulement une infinité de r

$$\log M(r) > (1-\varepsilon) H \frac{n \log r}{1+k}, \qquad k = \overline{\lim_{n=\infty}} \left(\frac{\log n}{\log_2 r_n}\right),$$

H étant une fonction de k supérieure à $\frac{1}{e}$. Cette limite inférieure est d'ailleurs la plus précise qu'on puisse obtenir dans le cas général.

II. Lorsque $\frac{\log n}{\log_2 r_n}$ n'est pas borné, l'expression

$$\log x (\rho + \rho x \log x)$$

ne l'est pas non plus; on peut chercher à déterminer $\rho(x)$ de telle façon qu'il existe une fonction $\varphi(x)$ vérifiant les conditions

$$\lim_{x=\infty} \frac{\varphi(x)}{\rho + \rho' x \log x} = 1,$$
$$\lim_{x=\infty} \frac{x \varphi'(x)}{[\varphi(x)]^2} = 0;$$

on a alors

(2) $$\frac{1}{e} < \overline{\lim_{r=\infty}} \frac{(\rho + \rho' r \log r) \log M(r)}{r^{\rho(r)}} < 1,$$

et ces deux limites sont les plus précises.

La détermination de $\rho(x)$ peut se faire dans les conditions suivantes : posons

$$(p, q) = \overline{\lim_{n=\infty}} \frac{\log_p n}{\log_q r_n};$$

l'une des deux suites de nombres

$$(2, 2), \quad (3, 3), \quad \ldots, \quad (p, p), \quad \ldots,$$
$$\frac{1}{(2, 3)}, \quad \frac{1}{(3, 4)}, \quad \ldots, \quad \frac{1}{(p, p+1)}, \quad \ldots,$$

doit contenir un nombre différent de zéro. Si p est le premier indice du premier nombre différent de zéro dans la suite où se présente un tel nombre, l'inégalité (2) s'écrit

$$\frac{1}{e} < \overline{\lim_{r=\infty}} \log M(r) \frac{\log n \log_2 n \ldots \log_p n}{n \log r \ldots \log_p r} < 1 \qquad (n = r^{\rho(r)}).$$

On est ainsi conduit, en considérant la complication de la relation qui lie n à $\log M(r)$, à classer les fonctions de la façon suivante :

1° Fonctions pour lesquelles un nombre de la suite

$$\overline{\lim_{r=\infty}} \left[\frac{\log_{p+1} M(r)}{\log_p r}\right] \qquad (p=2, 3, \ldots)$$

est différent de zéro; elles sont d'autant moins croissantes que p est plus grand.

2° Fonctions pour lesquelles un nombre de la suite

$$\underline{\lim_{r=\infty}} \left[\frac{\log_p r}{\log_p M(r)}\right] \qquad (p=2, 3, \ldots)$$

est différent de zéro; elles croissent d'autant plus vite que l'indice de ce nombre est plus grand.

3° Fonctions intermédiaires pour lesquelles les deux suites précédentes sont formées de zéros.

Les fonctions des deux premières classes que j'ai complètement étudiées comprennent toutes celles qu'on obtient en formant $\log M(r)$ par des combinaisons en nombre fini de logarithmes et exponentielles.

MÉCANIQUE. — *Sur un problème mécanique et ses applications à la physique cosmique.* Note de M. Carl Störmer.

Dans une Note récente [1] nous avons donné une série de résultats sur les trajectoires des corpuscules électriques dans le champ d'un aimant élémentaire en les supposant aussi soumis à l'action d'une force centrale émanant de l'aimant et inversement proportionnelle au carré de la distance.

L'étude fut réduite à celle du système

$$(\mathrm{I}') \qquad \begin{cases} \dfrac{d^2 R_1}{d\tau^2} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial Q_1}{\partial R_1}, \qquad \dfrac{d^2 z_1}{d\tau^2} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial Q_1}{\partial z_1}, \\ \left(\dfrac{dR_1}{d\tau}\right)^2 + \left(\dfrac{dz_1}{d\tau}\right)^2 = Q_1 + h, \end{cases}$$

où Q_1 était une fonction de R_1 et z_1 contenant un seul paramètre D et où h

---

[1] Voir *Sur un problème important dans la Physique cosmique* (*Comptes rendus*, t. 156, 10 février 1913, p. 450).

était une constante. Ce système était susceptible d'une interprétation mécanique très utile pour l'étude des trajectoires.

Nous reproduisons ci-dessous trois figures des lignes de niveau $Q_1 = k$, k étant une constante, dont les valeurs sont écrites sur les lignes [1].

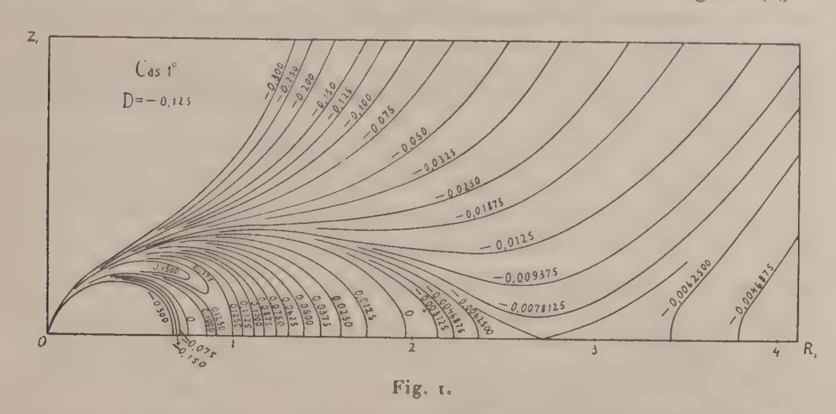


Fig. 1.

Ici le cas D = 0 correspond au cas sans force centrale, cas que j'ai traité dans plusieurs Mémoires sur la théorie des aurores boréales.

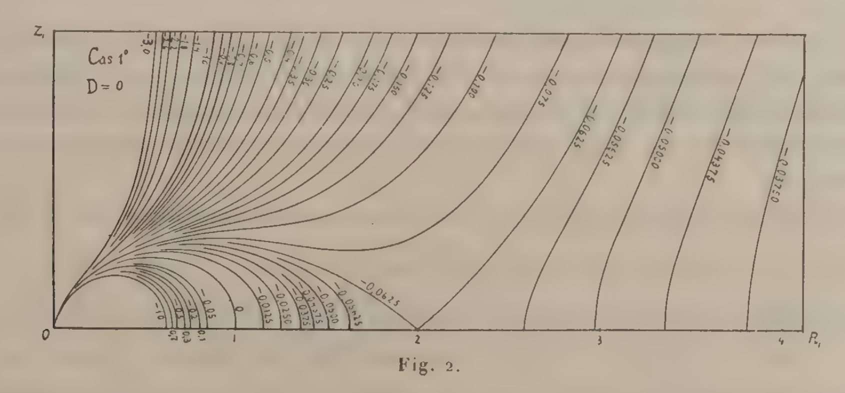


Fig. 2.

Les points doubles et leurs caractères sont immédiatement donnés par les formules de ma précédente Note ; ils sont ici tous situés sur l'axe des R_1 avec abscisses 0,95, 2,73 et 12,5 dans le cas D = − 0,125; 2 dans le cas D = 0, et 1,085 et 1,565 dans le cas D = 0,125.

L'utilité de la construction de ces champs de force $Q_1 = k$ consiste particulièrement en ceci que *l'interprétation mécanique donnée dans ma Note précédente facilite énormément l'étude de courbes intégrales du système* (I') *et*

---

(1) Elles ont été construites par la méthode graphique indiquée.

par là celle des trajectoires dans l'espace. Par exemple, pour des valeurs fixes de h et de D, les courbes intégrales ne sortiront pas de la partie où $k > -h$; donc les trajectoires correspondantes dans l'espace ne sortiront pas de la région obtenue en faisant tourner cette partie autour de l'axe des z_1 ; j'avais déjà, en 1909, terminé la discussion de ces régions, dans tous les cas, mais sans rien en publier.

A l'intérieur de la partie en question, on a par exemple les courbes que

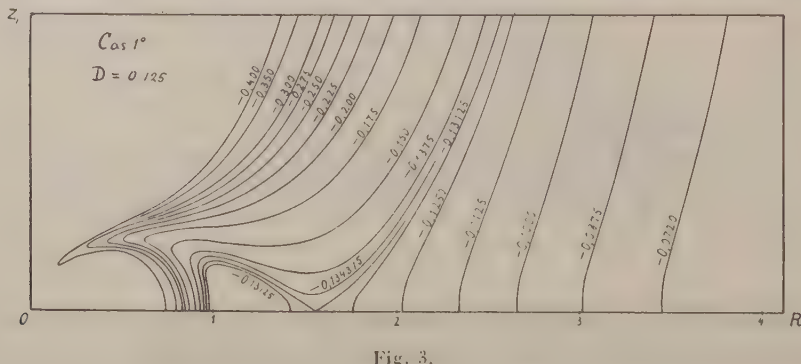


Fig. 3.

M. Painlevé (¹) appelle *trajectoires mixtes*, qui ont un point d'arrêt sur la ligne $Q_1 = -h$; en les suivant par continuité on découvre une infinité de *trajectoires périodiques* ayant encore un point d'arrêt sur cette ligne, ce qui donne dans l'espace des trajectoires composées périodiquement de parties identiques.

L'axe des R_1 figure comme *trajectoire remarquable* dans le sens de M. Painlevé et si l'on se trouve dans le premier cas avec $-\frac{\sqrt{3}}{q} < D < \frac{\sqrt{3}}{q}$, on aura sur cet axe un mouvement amenant le point (R_1, z_1) vers le point double $(\xi_1, 0)$, où $3 - \sqrt{3} < \xi < 3 + \sqrt{3}$, mais sans que ce point soit atteint en un temps fini : cela correspond précisément aux trajectoires asymptotiques dans l'espace mentionnées dans la Note de M. Kr. Birkeland (²) et dont j'ai déjà démontré l'existence pour le cas particulier $D = 0$ en 1907 (³).

Pour appliquer cette théorie à la Physique il est nécessaire, d'abord, de

(¹) Voir ses *Leçons sur l'intégration des équations différentielles de la Mécanique*, 16ᵉ leçon.

(²) Voir *Comptes rendus* du 4 novembre 1907.

(³) Voir mon Mémoire *Sur l'aurore boréale, etc.*, dans les *Archives des Sciences phys. et nat. de Genève*, 1907 (§ 20).

fixer les valeurs des constantes aM et bm figurant dans les équations de mouvement

$$\frac{d^2x}{dt^2} = aM\left(\frac{3z^2 - r^2}{r^5}\frac{dy}{dt} - \frac{3yz}{r^5}\frac{dz}{dt}\right) + bm\frac{x}{r^3},$$

. . . .

dont nous sommes parti (¹). En tenant compte des forces admises dans mon premier travail, en 1907 (²), on le fait sans difficulté, de manière que nous ne nous en occuperons pas ici.

Parmi les applications, citons la théorie de l'aurore boréale d'Arrhenius, où il suppose que des particules matérielles sont écartées du Soleil par la pression de la radiation; ensuite citons la théorie de la couronne du Soleil.

Enfin, on a un vaste champ d'applications aux expériences remarquables de M. Kr. Birkeland et aux idées qu'il en a tirées sur la lumière zodiacale, sur les comètes, sur les anneaux de Saturne et sur la cosmogonie.

Surtout, les anneaux artificiels qu'il a obtenus autour d'un globe magnétique trouvent probablement leur explication par l'étude approfondie des courbes intégrales périodiques et asymptotiques du système (I') aux environs de l'axe des R_1. Il y a des trajectoires correspondantes dans l'espace, émises aussi bien des régions équatoriales du globe que des régions polaires; ces dernieres correspondent aux courbes intégrales s'approchant de l'axe des R_1, asymptotiquement, aux environs des points d'équilibre instable avec A' négatif, conformément aux notations de ma Note précédente.

MÉCANIQUE. — *Sur les mouvements rigides d'une surface de tourbillon.* Note de M. U. **Cisotti**, présentée par M. P. Appell.

Supposons avoir une surface de tourbillon fermée, dans un liquide indéfini en mouvement irrotationnel, soumise à des forces dérivant d'un potentiel. Pendant le mouvement cette surface se déforme (en général), la déformation dépendant du mouvement même de la masse liquide.

Peut-il se faire que ladite surface se déplace rigidement ?

La réponse affirmative donne lieu à une application très simple des

---

(¹) Voir *Comptes rendus* du 6 mars 1911.

(²) *Videnskabsselskabets Skrifter*, 1907, Christiania.

méthodes classiques de Kirchhoff, se rapportant au mouvement d'un solide plongé dans un liquide indéfini.

1. *Préliminaires cinématiques.* — Soit σ une surface fermée, se déplaçant rigidement dans un liquide indéfini dont la densité $= 1$. Fixons un instant, et appelons S et S* les deux champs, infini et fini, déterminés par σ dans cet instant. Introduisons un système d'axes coordonnés $Oxyz$, invariablement lié à σ. Soient encore u, v, w et p, q, r les composantes de la translation et de la rotation instantanée du mouvement rigide. Dans S, le mouvement devant être irrotationnel, on a une fonction des vitesses

$$\varphi = u\varphi_1 + v\varphi_2 + w\varphi_3 + p\varphi_4 + q\varphi_5 + r\varphi_6, \tag{1}$$

où les φ_i sont des fonctions régulières et harmoniques, s'annulant à l'infini avec leurs dérivées et satisfaisant sur la surface σ aux conditions suivantes [1] :

$$\frac{d\varphi_1}{dn} = \cos(nx), \quad \ldots, \quad \frac{d\varphi_4}{dn} = y\cos(nz) - z\cos(ny), \quad \ldots \tag{2}$$

(n est la normale à σ dirigée dans S).

Le mouvement devant être irrotationnel aussi dans S*, on a une autre fonction des vitesses

$$\varphi^* = u\varphi_1^* + v\varphi_2^* + w\varphi_3^* + p\varphi_4^* + q\varphi_5^* + r\varphi_6^*; \tag{3}$$

les fonctions φ_i^* étant régulières et harmoniques dans S*, et satisfaisant sur la surface σ aux mêmes conditions (2) que les fonctions φ_i.

On voit bien que la détermination de φ et de φ^* exige la résolution de problèmes de Neumann : extérieurs et intérieurs.

2. *Caractère tourbillonnaire de la surface* σ. — Les fonctions φ et φ^* ont la même dérivée normale sur σ; mais leurs dérivées tangentielles ne peuvent pas se rattacher sur la même surface σ, car alors φ et φ^*, à cause de leur régularité, seraient identiquement nulles, ce qui n'est pas vrai, en général. Comme les dérivées tangentielles de φ et φ^* donnent sur σ les composantes tangentielles de la vitesse du liquide, on peut dire que ces vitesses sont discontinues à travers de σ.

Cela caractérise (il est classique), la nature tourbillonnaire de la surface σ.

---

[1] Kirchhoff, *Vorlesungen über mathematische Physik (Mechanik)*, p. 224, Leipzig, Teubner, 1883.

3. *La distribution des tourbillons est déterminée.* — Voilà maintenant comment on doit poser la question.

Assignée la forme de la surface fermée σ, et son mouvement rigide, on peut déterminer, dans chaque instant, les fonctions φ et φ^*. En particulier, on peut évaluer dans chaque point de σ les vitesses tangentielles des molécules liquides situées sur les deux faces opposées de la surface σ : leur différence donne le tourbillon dans le point envisagé. La distribution des tourbillons est ainsi déterminée.

L'équation

$$\varphi - \varphi^* = \text{const.} \tag{4}$$

va représenter sur σ les lignes de tourbillon.

4. *Exemple : surface sphérique.* — Soit 1 le rayon de la sphère, O son centre. Quel que soit le mouvement rigide dont on la suppose animée, on peut choisir le point O comme centre de réduction.

Le mouvement instantané se compose alors d'une translation et d'une rotation autour d'un axe passant par O : soit Oz. Il est bien connu que la rotation ne donne aucune contribution au mouvement de la masse liquide. Il suffit, partant, de considérer la seule translation.

On a alors (il s'agit bien de formules classiques)

$$\varphi = -\frac{w z}{2\rho^3}, \qquad \varphi^* = w z; \tag{5}$$

$$\rho = \left|\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right|.$$

Sur la surface σ on a $\rho = 1$, donc

$$\varphi - \varphi_0 = -\frac{3}{2} w z = -\frac{3}{2} w \cos\vartheta, \tag{6}$$

ϑ étant la colatitude. C'est-à-dire :

Les lignes de tourbillon sont des paralèlles, et la grandeur du tourbillon est $\frac{3}{4} w \sin\vartheta$.

Il s'ensuit que la distribution des tourbillons, susceptible de provoquer un mouvement de la sphère sans déformation, est à tout instant symétrique autour de la vitesse du centre au même instant, et l'intensité du tourbillon va toujours décroissant de $\frac{3}{4} w$ à l'équateur, jusqu'aux pôles, où elle s'annule.

ÉLECTRICITÉ. — *Retard de l'électrolyse sur la force électromotrice polarisante.* Note de M. A. GRUMBACH, présentée par M. Lippmann.

Quand on polarise une électrode au moyen d'une force électromotrice suffisante pour produire l'électrolyse, on peut se demander s'il y a simultanéité entre ce dernier phénomène et l'application de la force électromotrice ou bien si le dégagement gazeux ne commence qu'un temps fini t après la mise en circuit; si celle-ci, dans la seconde hypothèse, n'a lieu que pendant un temps très court, inférieur à t, on doit s'attendre à n'apercevoir encore aucune bulle pour une force électromotrice qui, appliquée en permanence, produira une électrolyse continuelle. Tel est le but des expériences décrites dans cette Note :

On regarde au microscope une électrode constituée par l'extrémité d'un fil de platine soudé dans un tube de verre; le fil affleure exactement à la surface qui a été polie sur une meule fine. L'autre électrode est constituée par un fil de platine de $0^{mm},5$ de diamètre et de 12^{cm} de longueur. Toutes deux plongent dans de l'acide sulfurique à $\frac{1}{6}$ en volume.

Pour observer commodément l'apparition des premières bulles, on a recourbé le tube de verre de la petite électrode de manière que son axe coïncide avec celui du microscope qui est horizontal. On peut ainsi, suivant le mode d'éclairement, voir les bulles brillantes se détacher sur fond sombre ou dissimuler l'électrode qui réfléchit la lumière.

Un appareil à chute met, pendant un temps très court, le voltamètre en dérivation sur le circuit d'un accumulateur; la durée du contact employé ici était de $0^s,12$.

On constate qu'à partir d'une certaine force électromotrice m, le contact instantané ne donne encore lieu à aucune électrolyse, tandis qu'en laissant la communication fermée plus longtemps, on voit des bulles apparaître. Au-dessus d'une certaine force électromotrice $M \geq m$, elles se forment même en $0^s,12$. Ajoutons qu'à partir d'une certaine valeur de la force électromotrice comprise entre m et M, il y a électrolyse réelle en régime permanent; le contact demeurant fermé, la décomposition du liquide se poursuit régulièrement.

Nous donnons ici quelques nombres à titre d'exemple :

Diamètre de la petite électrode en mm.	Force électromotrice polarisante (en volts).			
	Hydrogène.		Oxygène.	
	m.	M.	*m'*.	M'.
$\frac{1}{10}$	0,86	0,92	1,07	1,23
$\frac{1}{50}$	0,90	0,93	1,21	1,21
$\frac{1}{100}$	0,95	0,95	1,35	1,35

Les premières bulles se forment sur le contour de l'électrode; quand on atteint M, on voit souvent un ou deux points brillants isolés qui disparaissent très rapidement après la mise en circuit instantanée. D'autre part, la différence $M - m$ diminue avec la surface de l'électrode.

En résumé, l'électrolyse présente un retard appréciable sur l'application de la force électromotrice polarisante.

TÉLÉGRAPHIE SANS FIL. — *Influence réciproque des antennes parallèles sur les conditions de réception des ondes hertziennes*. Note de M. **Georges Meslin**, présentée par M. E. Bouty.

Au poste récepteur de T. S. F. que j'ai installé à Montpellier, j'ai eu l'occasion d'observer qu'en utilisant plusieurs antennes placées dans le voisinage les unes des autres et reliées à des appareils récepteurs, les conditions de réception par l'une d'elles sont notablement modifiées par le réglage des autres.

Dans un premier groupe d'expériences je dispose de deux antennes A et A', l'une et l'autre horizontales, A' étant installée à quelques mètres au-dessous de A et parallèlement à celle-ci. Elles ont à peu près la même longueur (70^m environ); mais A est formée de trois fils distants entre eux de 1^m, tandis que A', constituée par un seul fil, correspond à une longueur d'onde un peu moindre. L'antenne A est en relation avec un récepteur R (récepteur par dérivation simple, modèle Ducretet); l'antenne A' est en relation avec le primaire d'un récepteur par induction R'.

En général, l'antenne A' influe peu sur les conditions de réception par A, c'est-à-dire qu'il importe peu que A' soit isolée, ou reliée directement à la terre, ou reliée à celle-ci par la self de R', *pourvu toutefois que cette self n'ait pas précisément la valeur nécessaire pour établir la résonance, c'est-à-dire la meilleure réception en* R'. Si l'on réalise, en effet, cette condition, l'audition en R par l'antenne A diminue brusquement et tout déréglage

de A′—R′, soit par augmentation ou par diminution de self, soit par l'isolement de A′ par rapport à R′, améliore l'audition par A.

Ce résultat n'a d'ailleurs rien d'étonnant; on conçoit que, A′ étant mise dans les conditions où elle reçoive et utilise l'énergie, A puisse alors en recevoir ou en utiliser une moindre quantité. *Mais la propriété en question ne subsiste pas en ce qui concerne l'action réciproque de* A *sur* A′, c'est-à-dire que le réglage de A — R pour les conditions de résonance n'amène pas un minimum d'audition en A′R′ : en effet, en déréglant alors A par augmentation de self, on améliore l'audition par A′, tandis qu'on l'affaiblit si l'on dérègle A par diminution de la self de R; on passe toutefois par un minimum, car l'isolement complet de A par séparation de A et de R produit une légère amélioration de l'audition par A′.

Il y a là, entre l'action de A — R sur A′ — R′, une dissymétrie qui ne tient pas d'ailleurs à la différence des appareils récepteurs R, R′, car elle se maintient en permutant les communications, c'est-à-dire en reliant A avec R′ et A′ avec R. Elle se produit encore, comme je l'ai constaté, en mettant des détecteurs électrolytiques ou des détecteurs à cristaux, ces détecteurs pouvant être de nature différente et permutés d'une façon quelconque pour R et R′.

Cette dissymétrie peut donc être liée soit à la différence de dimensions des antennes, soit à leurs positions respectives. Et, ainsi que M. le commandant Ferrié a bien voulu me le suggérer, il y a intérêt à élucider ce point pour jeter quelque lumière sur les théories encore obscures relatives à la réception des ondes hertziennes. D'après certains physiciens, il y aurait deux propagations, l'une à travers l'éther de l'atmosphère, l'autre à travers l'éther du sol, d'où la possibilité d'interférences dans la production desquelles la position relative des antennes placées l'une au dessus de l'autre jouerait un rôle important; pour d'autres, l'énergie utilisée dans chaque antenne proviendrait de l'énergie reçue et de l'énergie rayonnée, ce qui ferait intervenir, pour une même position relative des deux antennes, les dimensions respectives (capacité, self-induction) de chacune d'elles.

Pour approfondir ce point, j'ai permuté les deux antennes, mettant à la partie supérieure l'antenne A à trois fils et j'ai recommencé les déterminations indiquées plus haut. J'ai observé la même dissymétrie [1] qui ne

---

[1] Les actions signalées sur A sont même un peu plus intenses si l'antenne A est à la partie supérieure, auquel cas elle reçoit plus d'énergie.

semble donc pas liée à la position des antennes et qui peut se résumer de la façon suivante :

La réception par la petite antenne A′ est améliorée lorsque l'antenne A est reliée à la self qui la règle à sa résonance ou à une self de valeur supérieure. Au contraire, l'audition de la grande antenne A est toujours diminuée si A′ est réglée à sa résonance; elle est toujours améliorée par le déréglage de A′, soit qu'on agisse sur la self d'antenne, soit qu'on modifie le secondaire du circuit de résonance.

ÉLECTRICITÉ. — *Diagramme bipolaire des alternateurs synchrones travaillant, en générateurs ou en récepteurs, sur un réseau à potentiel constant, dans la théorie des deux réactions* (¹). Note de M. **André Blondel**, transmise par M. P. Villard.

Le diagramme nouveau est une généralisation du diagramme que j'ai donné dans mon Livre: *Moteurs synchrones* (Encyclopédie Léauté), page 143, figure 43, dans lequel on remplacera les impédances $Z = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}$ et l'angle de phase γ par ceux déduits de $Z_t = \sqrt{r^2 + \omega^2 L_t^2}$ (avec $L_t = l_t + s$) et $\tang \gamma = \frac{\omega L_t}{r}$.

En combinant le vecteur de la force électromotrice U avec le vecteur $Z_t I$ porté suivant AA_1 sous l'angle $\frac{\pi}{2}$ en avance à partir du vecteur I du courant efficace, on obtiendra une force électromotrice fictive OA_1 qui serait celle de Joubert si $L_t = L$, et que j'appellerai, pour ce motif, *force électromotrice « joubertique »* de l'alternateur fonctionnant en génératrice.

(¹) Cf. *La Théorie empirique des alternateurs* (*Comptes rendus*, t. 129, p. 586) (complétée dans l'*Industrie électrique*, novembre-décembre 1889, et surtout dans l'*International Electrical Congress of Saint-Louis*, 1904, t. I, p. 635).

Je conserve les mêmes notations que dans ma Communication du 28 mai 1912.

Pour le calcul du coefficient de self-induction de la réaction transversale l_t, la perméabilité de circuit magnétique de l'induit est supposée déterminée dans l'état *résultant* du champ dans l'induit, suivant les principes généraux que j'ai posés autrefois pour les moteurs polyphasés. Cet état magnétique est approximativement mesuré par la force électromotrice aux bornes U augmentée vectoriellement de rI et de la chute de tension réactive ωI, produite par le coefficient de self-induction de fuites s attribuable à l'induit seul. Pratiquement l_t est peu variable avec I, et sa variation en fonction de ψ peut être considérée comme une simple correction.

De même, si l'on porte le vecteur $Z_t I$ sur la direction opposée AA_2, la nouvelle résultante A_2O représente la force électromotrice joubertique qu'aurait le même alternateur s'il fonctionnait en réceptrice sous cette intensité de courant.

Le diagramme ainsi obtenu jouit, aussi bien pour la génératrice que pour la réceptrice, des propriétés que j'ai figurées dans mon Livre précité, à la figure 26, page 82, c'est-à-dire que la position des extrémités A_1 ou A_2 permet de mesurer : le décalage du courant (par l'angle que forme le vecteur $Z_t I$ avec la ligne AN tracée sous l'angle γ), la puissance aux bornes (par un réseau de droites isoergs perpendiculaires à AN), et la puissance intérieure, c'est-à-dire la puissance aux bornes diminuée de la perte par effet Joule $\left(\text{par un réseau de cercles, dont on voit aisément que le centre est en N à une distance } AN = \frac{U}{2\cos\gamma}\right)$.

La force électromotrice réelle induite dans l'alternateur est formée de deux composantes : l'une axiale OB_1, l'autre transversale AB_1 (de même OB_2, AB_2 pour la réceptrice); l'angle γ diffère assez peu, en général, de 90° pour qu'on soit en droit de porter en AF_1 AF_2 sur la direction $Z_t I$, les chutes de tension par impédance de fuites seule $zI = \sqrt{r^2 + \omega^2 l_t^2}$; les forces électromotrices internes totales ont ainsi pour composantes axiales OD_1, OD_2. Cette remarque permet de déduire, au moyen des courbes caractéristiques supposées connues de l'alternateur, l'excitation nécessaire en ampères-tours pour les deux régimes représentés par les points A_1, A_2 respectivement.

Soit ON_1 la caractéristique totale d'excitation, OQ la caractéristique des inducteurs seuls, P_f la perméabilité des fuites magnétiques entre les pièces polaires des inducteurs. On trace sur la figure 1 le vecteur du courant à une échelle telle qu'il représente aussi, à l'échelle des abscisses de la figure 2, les contre-ampères-tours $\frac{KNI}{\sqrt{2}}$. Pour la génératrice, par exemple, on porte en ordonnées sur la caractéristique totale $M_1 m_1 = \mathcal{E}_1 = OD_1$; on obtient ainsi les ampères-tours Om_1 nécessaires pour produire $\mathcal{E}_1$, et il suffit d'y ajouter $m_1 n_1 = AJ_1$ de la figure 1 pour avoir On_1. Mais il faut, comme je l'ai signalé en 1898 [1], tenir compte de l'augmentation de saturation des inducteurs par les fuites; à cet effet, tracer au point M_1 la droite M_1B faisant l'angle $\alpha = \text{arc tang } P_f$, puis les deux horizontales *ac*, *bd* jusqu'à la rencontre avec OQ ; les ampères-tours $p_1 q_1$ sont à ajouter à On_1 en $n_1 n'_1$.

L'excitation totale est finalement On'_1, qui donnerait une forme électromotrice à vide E'_1; celle-ci peut être représentée sur le vecteur joubertique en OK_1; mais il est préférable de reporter sur ce vecteur les ampères-tours eux-mêmes.

---

[1] *Industrie électrique*, p. 529, 2e colonne, 10e ligne.

La détermination pour le cas de l'alternateur fonctionnant en moteur est représentée par les mêmes constructions avec l'indice 2 au lieu de l'indice 1.

Le diagramme (*fig.* 1 et 2) permet, en opérant par points, de déterminer

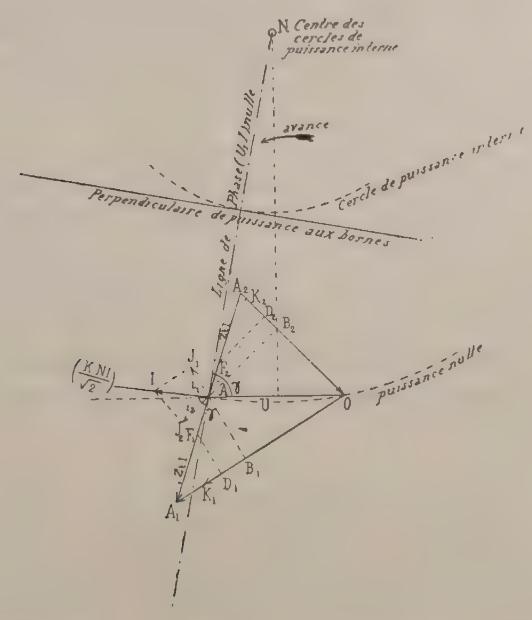


Fig. 1. — Diagramme des forces électromotrices, des courants et des puissances.

ainsi la loi de l'excitation en fonction du décalage pour une puissance utile constante. Inversement, on peut, en supposant l'excitation constante,

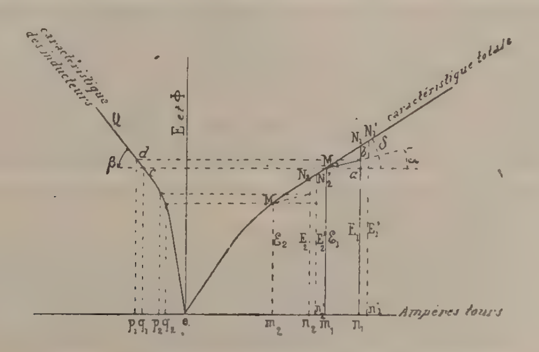


Fig. 2. — Diagramme des forces magnétomotrices.

déduire la variation de puissance en fonction du décalage du vecteur OA_2; par exemple en effectuant, pour chaque position de OA_2, les mêmes cons-

tructions, mais en sens inverse de ce qui a été exposé ci-dessus, on trouvera par tâtonnements la position du point A_2 et la puissance s'en déduira par simple lecture sur le réseau des courbes isoergs.

PHYSICO-CHIMIE. — *Influence de la forme géométrique des solides sur les actions chimiques qu'ils éprouvent.* Note de M. G. **Reboul**, présentée par M. Lippmann.

Dans une Note précédente [1] j'ai indiqué un cas où l'action chimique d'un gaz sur un solide dépendait de la forme géométrique de ce dernier : cette action était plus vive aux points où la courbure moyenne du solide était elle-même plus grande ; il s'agissait d'une attaque du cuivre par les gaz que le caoutchouc, vulcanisé au chlorure de soufre, émet lentement à des pressions inférieures à 1^{mm} de mercure. J'ai essayé de déterminer la cause de ce phénomène, et j'ai cherché à voir s'il était susceptible de généralisation.

I. Dans les conditions expérimentales indiquées dans la Note que j'ai rappelée, on constate, en opérant à diverses pressions, que l'action est d'autant plus vive et plus rapide que la pression est plus basse. En variant la nature du métal, on trouve que seuls le cuivre et le mercure sont attaqués.

On remplace le caoutchouc vulcanisé par un petit cristal d'iode, dans les mêmes conditions que précédemment on constate que l'argent, le cuivre sont attaqués ; on retrouve dans cette attaque les caractères que j'ai signalés : elle commence par les points où la courbure moyenne est la plus grande, et elle est plus vive en ces points-là. Cependant, dans ce cas, le phénomène est fugitif à cause de la concentration relativement grande des vapeurs d'iode ; on voit l'attaque commencer par les points de plus faibles rayons de courbure, mais les colorations de lames minces qui indiquent la profondeur de l'attaque se succèdent rapidement, en quelques secondes le corps se recouvre d'une teinte grise uniforme et l'on n'a plus de renseignement sur l'intensité de l'action chimique aux divers points.

En modifiant légèrement, par l'adjonction d'un robinet à vide, l'appareil antérieurement décrit, j'ai pu introduire divers gaz (chlore, brome) dans le ballon à réaction : avec les mêmes métaux l'attaque se produit et l'on constate qu'elle est plus vive aux points où la courbure moyenne est la plus grande. La seule difficulté de l'opération

---

[1] *Comptes rendus*, 9 décembre 1912.

consiste à introduire assez peu de gaz pour que l'attaque du solide se produise très lentement.

II. On peut se demander si le phénomène est susceptible de généralisation et si les caractères précédents se retrouvent en *opérant à la pression ordinaire*.

L'expérience a été faite avec divers gaz : chlore, brome, vapeurs d'iode, hydrogène sulfuré, vapeurs d'acide azotique et différents métaux : argent, cuivre, mercure. Elle est très facile à réaliser et à répéter, la seule condition à remplir est de trouver une source d'émission du gaz ou de la vapeur assez faible pour que l'*attaque du solide soit très lente*.

Dans un récipient de grande capacité on place soit quelques tout petits cristaux d'iode, soit des traces de vapeur de brome ou de chlore, soit encore une solution très étendue d'acide sulfhydrique ou d'acide azotique; on suspend dans cette atmosphère le solide auquel on a donné la forme qu'on désire : lame rectangulaire, prisme, pyramide, cylindre, cône, ellipsoïde, sphère, etc. On constate toujours que l'attaque se produit en commençant par les arêtes ou par les points où la courbure moyenne est la plus grande, et que c'est en ces points que la couche de sel formé est la plus épaisse.

Par exemple : on place, dans le récipient, de très petits cristaux d'iode, et l'on suspend, dans l'atmosphère, deux cylindres d'argent de 2^{mm} et de 1^{mm} de diamètre, au bout de quelques minutes, l'un est recouvert d'une couche d'iodure de teinte jaune, l'autre a une teinte violette; dans le premier cas, l'épaisseur de la couche d'iodure est $121^{\mu\mu}$, dans le deuxième cas, elle est $181^{\mu\mu}$: l'action a été plus vive sur le cylindre de 1^{mm} que sur celui de 2^{mm}.

Cette action ne peut être mise en évidence que pour des réactions se produisant très lentement. Au début, l'action est plus vive aux points de faible rayon de courbure, et la couche de sel formé est plus épaisse en ces points-là ; mais l'attaque se ralentit à mesure que l'épaisseur de sel formé augmente, le solide tend donc à prendre un aspect uniforme, et cette uniformité sera d'autant plus vite atteinte que la concentration du gaz actif est elle-même plus grande.

La nécessité d'employer des gaz attaquant divers métaux à la température ordinaire limite nécessairement le champ des expériences, il semble cependant permis d'énoncer la loi suivante : *Dans l'action d'un gaz sur un solide, l'attaque est plus vive aux points où la courbure moyenne est plus grande.*

III. L'explication la plus simple du phénomène paraît devoir se rattacher à la capillarité : il suffirait d'admettre que la concentration de l'atmo-

sphère gazeuse, autour d'un solide, est plus grande aux points où les rayons de courbure sont plus petits, il s'ensuivrait qu'en ces points-là l'action chimique serait plus vive.

PHOTOCHIMIE. — *Étude quantitative de l'absorption des rayons ultraviolets par les acides gras et leurs éthers en solutions aqueuses et alcooliques.* Note de MM. **Jean Bielecki** et **Victor Henri**, présentée par M. Dastre.

Les acides gras et leurs éthers présentent une absorption qui commence environ pour $\lambda = 2600 - 2500$ u. Å. et qui augmente de plus en plus pour des rayons plus courts. La photographie avec un spectrographe en quartz dans l'air ne permet pas d'étudier quantitativement les spectres d'absorption plus loin que $\lambda = 2144$. Il est très probable que les spectres d'absorption qu'on observe pour ces corps ne sont que des commencements de bandes d'absorption, dont le maximum se trouve dans l'ultraviolet au delà de 2144.

Lorsque l'on compare les spectres d'absorption de différents corps on doit déterminer les positions des bandes d'absorption, leur hauteur et leur largeur. Dans le cas des acides gras et de leurs éthers nous ne pouvons pas faire cette comparaison d'une façon complète, puisque nous n'avons pas la mesure directe de la position du maximum d'absorption. Mais en examinant les longueurs d'onde pour lesquelles les différents corps ont le même coefficient d'absorption et en calculant les différences des fréquences qui correspondent à ces longueurs d'onde, on peut décider si les bandes sont seulement déplacées parallèlement l'une par rapport à l'autre, ou bien si réellement l'absorption est différente, c'est-à-dire si les hauteurs des bandes varient, les positions des maxima étant au même endroit.

Le premier Tableau contient : 1° les valeurs des coefficients d'absorption moléculaires ε (calculés d'après la formule $J = J_0 . 10^{-\varepsilon c d}$), pour les acides gras et leurs éthers en solution alcoolique; 2° les coefficients d'absorption des sels de sodium des acides formique et acétique en solution aqueuse. Nous avons publié, dans la Note du 30 décembre 1912, les valeurs des coefficients d'absorption des acides gras et des éthers en solution aqueuse.

TABLEAU I.

	2144.	2195.	2265.	2288.	2307.	2329.	2338.	2348.	2366.	2375.	2389.	2405.	2424.	2440.	2460.
SOLUTIONS ALCOOLIQUES.															
Acide formique....	»	48,4	35,4	27	23,1	18,6	17,2	15,1	12,1	10,8	10,1	8,45	6,4	4,58	3
Formiate de méthyle...	70	59,2	38,8	31,7	27	21,6	19,4	17,5	14,6	12,6	9,9	7,8	5,6	2,97	2,8
» d'éthyle...	48,4	40,4	27,4	23,5	20,4	16,2	15,1	14	10,2	9,2	7,8	5,6	4,5	3,4	2,16
» de propyle.	81	70	48,4	40,4	35	25,7	22,7	19,4	15,1	13,6	11,6	7,8	6,4	5,2	3,2
Acide acétique.....	48,4	35	20	16,6	14	10,8	9,4	7,8	6,0	5,0	3,8	2,8	1,8	1,4	0,7
Acétate de méthyle.	48,4	40,4	22,2	16,2	14	10,8	7,8	6,3	4,2	3,6	2,8	1,9	1,4	0,9	0,54
» d'éthyle....	»	40,4	26,8	19,4	14	10,8	9,0	7,4	5,6	4,7	3,45	2,8	1,8	1,2	0,54
» de propyle..	48,4	»	»	19,4	16,2	10,8	9,6	8,3	6,46	5,6	4,2	3,6	3,06	2,6	2,0
» de butyle...	»	40,4	27,6	21,3	16,2	10,8	9,8	8,3	6,2	5,1	3,8	2,8	1,8	1,3	0,5
Acide propionique.	»	40,4	24,6	19,4	15,8	11,6	10,1	8,9	6,7	5,6	4,6	3,36	2,4	1,5	0,9
Propionate de méthyle...	70	48,4	27,9	16,2	14	10,8	7,8	6,8	4,2	3,8	3,2	2,16	1,5	0,98	0,54
» d'éthyle...	»	44,4	27,5	21,3	16,2	11,2	10,2	9,4	7,8	6,7	5,2	3,7	2,8	1,62	1,13
» de propyle.	»	64,7	> 35	27	19,4	14,4	12,3	10,1	7,2	5,6	4,2	3,2	2,8	1,62	1,4
Acide butyrique normal..............	70	52,8	29,2	23,8	19,4	15,2	13,1	10,8	8,35	7,2	5,6	3,8	2,8	1,9	1,4
Butyrate de méthyle.	»	»	68	40,4	35	19,5	16,2	14,4	12	10,8	7,8	5,6	4,2	3,6	2,6
» d'éthyle....	»	>113	68	48,4	35	24,6	21,6	17,8	13,6	12	9,8	7,8	5,9	4,8	3,5
» de propyle.	»	»	<113	70	57,6	40,4	35	27	20,8	17,8	14	10,8	9,6	8,6	7,18
Acide valérianique normal...........	»	»	35,4	27	22,6	17,6	15,5	13,4	9,7	7,8	6,2	4,2	3,2	2,35	1,76
Valérate de méthyle.	113	81	48,4	44	35	24	21,6	17	14	10,4	8,5	6,7	4,4	3,2	2,16
SOLUTIONS AQUEUSES.															
Acide formique....	48,4	35	19,4	15,1	10,8	8,7	7,8	6,8	4,9	4,0	3,25	2,8	1,73	1,4	0,95
Formiate de sodium.	»	23,2	6,0	4,2	3,2	1,9	1,62	1,32	0,97	0,8	0,54	»	»	»	»
Acide acétique.....	»	27	9,3	»	4,8	3,2	2,8	2,16	1,62	1,4	0,95	0,54	»	»	»
Acétate de sodium..	»	10,8	4,38	3,0	2,16	1,56	1,4	»	»	»	»	»	»	»	»

Le deuxième Tableau contient, pour les solutions aqueuses, les différences des fréquences $\nu_1 - \nu_2 = \Delta\nu$ qui correspondent aux mêmes coefficients d'absorption, pour différents acides comparés entre eux.

TABLEAU II.

	ε = 0,54.	0,8.	1,6.	2,8.	3,4.	4,6.	5,6.	6,2.	7,4.	9,6.	10,8.	14.	19,4.	27.	31.	35.	42.
Ac. formique..... / Ac. acétique...... } Δν =	35,4	35,6	33,5	35,7	31,9	33,0	33,6	33,4	33,1	31,5	27,5	27,4	23,8	22	»	»	»
Ac. acétique...... / Ac. propionique... } Δν =	17,9	15	12,3	12,5	11,0	12,9	13,4	14,2	15,3	18,5	16,7	11,2	10,8	10,5	»	»	»
Ac. propionique... / Ac. butyrique.... } Δν =	»	»	23,7	23,2	21,4	23,8	22,9	21,3	18,2	18,5	19,8	24,1	25,2	25,9	27,2	»	»

RÉSULTATS. — 1° *Comparaison des éthers avec les acides correspondants.* — L'absorption des rayons ultraviolets est presque la même pour les acides et les éthers correspondants; toutefois, si l'on examine de plus près les nombres

on voit que les éthers absorbent un peu plus que les acides, surtout pour les courtes longueurs d'onde.

Par conséquent *dans un corps de formule* $C^nH^{2n+1}COO - R$ *l'absorption est déterminée par le groupement acide, le radical alcoolique ayant une influence faible.*

Il en résulte que, si l'on compare les coefficients d'absorption des éthers de différents acides, contenant le même radical alcoolique, on trouve les mêmes différences que pour les acides correspondants.

2° *Comparaison des solutions alcooliques avec les solutions aqueuses.* — Pour les régions de l'ultraviolet entre 2600 et 2144, les solutions alcooliques absorbent plus fortement que les solutions aqueuses. Il est très probable que ces différences soient dues au déplacement vers le rouge des bandes d'absorption dans l'alcool. Ce résultat est conforme à la règle de Kundt.

3° *Comparaison des acides entre eux.* — Les acides se placent, au point de vue de l'absorption, dans l'ordre suivant : acétique, propionique, formique, butyrique, valérianique.

L'acide formique étant mis à part, l'absorption devient de plus en plus forte lorsque le nombre de groupes de CH^2 augmente.

Ces différences d'absorption sont dues surtout au déplacement des bandes d'absorption vers le rouge, ainsi que le montrent les nombres du Tableau II ; en effet, les valeurs de $\Delta\nu$ oscillent autour d'une même moyenne lorsque l'on compare entre eux les différents acides.

Par conséquent, *l'augmentation du nombre de groupes* CH^2 *dans la molécule des acides ne change pas la forme de la courbe d'absorption ; elle produit surtout un déplacement des bandes d'absorption vers le rouge.*

4° *Comparaison des acides et de leurs sels de sodium.* — Les sels de sodium des acides formique et acétique absorbent beaucoup moins que les acides eux-mêmes ; ce résultat pourrait être rapproché du fait que ces acides sont très peu ionisés, tandis que leurs sels le sont très fortement.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les sulfates chromiques violets.*

Note de M. A. **Sénéchal**, présentée par M. A. Haller.

On admet généralement l'existence de deux sulfates chromiques violets : $(SO^4)^3Cr^2.18H^2O$ et $(SO^4)^3Cr^2.15H^2O$.

D'après Weinland et Krebbs [1] les modes de préparation, décrits par les auteurs comme donnant naissance au premier, conduisent toujours à un hydrate $(SO^4)^3Cr^2.17H^2O$.

Le second a été obtenu par Schrötter [2] en précipitant par l'alcool la solution chaude du sulfate chromique.

Le sulfate chromique contient toujours des quantités plus ou moins grandes d'alun provenant des corps qui ont servi à le préparer. Quand on ajoute avec précaution de l'alcool à la solution du sel brut, l'alun se sépare d'abord; puis il se dépose du sulfate pur en paillettes nacrées de couleur violette qui contiennent, suivant la température et la concentration des liqueurs, des quantités d'eau variant entre 16 et 17,5(H^2O). Les sels basiques se concentrent dans les dernières parties.

Les sulfates ainsi préparés, abandonnés dans l'air sec à la température ordinaire jusqu'au poids constant, donnent un hydrate $(SO^4)^3Cr^2.14H^2O$.

Les tensions de vapeur des sels de composition comprise entre

$$(SO^4)^3Cr^2.14H^2O \quad \text{et} \quad (SO^4)^3Cr^2.17,25H^2O$$

ont les valeurs suivantes :

	Tensions en millimètres Hg.				
Températures.	17,25 (H^2O).	16,55 (H^2O).	15,77 (H^2O).	15,05 (H^2O).	14,78 (H^2O).
25°,6	20,1	»	11,0	11,1	»
29,3	24,4	17,4	14,0	13,8	12,8
34,0	31,5	24,2	19,1	18,4	17,3
38,5	39,1	31,9	24,9	23,5	»
40,4	43,4	»	27,7	26,2	»

Les tensions maxima s'établissent avec lenteur et l'équilibre n'est parfois atteint qu'après plusieurs jours. Cependant elles reprennent les mêmes valeurs quand, après avoir progressivement élevé la température on la fait ensuite décroître. On est ainsi conduit à admettre l'existence des espèces définies

$$(SO^4)^3Cr^2.17H^2O, \quad (SO^4)^3Cr^2.16H^2O, \quad (SO^4)^3Cr^2.15H^2O,$$

L'étude des vitesses apparentes de déshydratation donne le même résultat; ces vitesses changent brusquement de valeur quand le sel, perdant de l'eau d'une manière continue dans une atmosphère sèche, passe par la composition qui correspond à ces hydrates.

---

[1] Weinland et Krebbs, *Zeit. anorg. Chem.*, t. XLIX, 1906, p. 137.

[2] Schrötter, *Ann. Phys. Chem. Pogg.*, t. LIII, 1841, p. 513.

Leurs chaleurs de dissolution sont à 14° :

	Cal.	
$(SO^4)^3Cr^2.14H^2O$	10,13	1 mol-g dans 24¹ d'eau.
$(SO^4)^3Cr^2.15H^2O$	8,30	
$(SO^4)^3Cr^2.16H^2O$	7,49	
$(SO^4)^3Cr^2.17H^2O$	6,35	

Le sulfate $(SO^4)^3Cr^2.14H^2O$ se déshydrate très lentement dans le vide sec à la température ordinaire.

2g,5 de sel, maintenus pendant 15 jours en présence d'anhydride phosphorique sous une pression de 0mm,1, ont perdu 0,19 mol-g d'eau. La tension de vapeur, très petite à la température ordinaire, est de l'ordre de 3mm à 29°,3. Contrairement à ce qui a lieu avec les hydrates plus riches en eau, on n'observe pas de tension fixe à une température déterminée. Cette tension varie et devient plus grande quand, après avoir élevé la température, on ramène celle-ci à sa valeur initiale. L'hydrate $(SO^4)^3Cr^2.14H^2O$ ne paraît donc pas obéir à la loi des tensions fixes.

Au voisinage de 30° il commence à subir une transformation profonde, en même temps qu'il émet la vapeur. Cette transformation devient surtout importante au-dessus de 40° et on la rend manifeste en éliminant l'eau qui s'y oppose par action de masse.

Le sel, maintenu dans le vide sec à 40°, change d'aspect, verdit peu à peu et se transforme en un sulfate complexe dont les ions (SO^4) sont partiellement dissimulés.

La vitesse apparente de déshydratation demeure d'abord constante, puis décroît brusquement au moment où le sel passe par la composition

$$(SO^4)^3Cr^2.12H^2O.$$

La quantité de complexe vert formé est alors très faible (environ 5 pour 100 du poids du sel mis en œuvre).

La transformation du sel violet en sel vert, et la déshydratation du sulfate $(SO^4)^3Cr^2.14H^2O$ sont donc deux phénomènes distincts qui ont lieu, dans les mêmes conditions, avec des vitesses différentes.

Le second donne naissance à un sulfate violet $(SO^4)^3Cr^2.12H^2O$, et ce sel, très instable, tend à se transformer déjà à 30°, dans le vide, en complexe vert. Il est, conformément aux vues de Werner, le sulfate violet le moins hydraté, et contient 12mol d'eau de constitution qui ne peuvent donner lieu à des tensions fixes de vapeur.

Les différents sulfates chromiques violets peuvent donc être représentés à

l'état solide par les formules de constitution

$$(SO^4)^3[Cr^2(H^2O)^{12}],$$
$$(SO^4)^3[Cr^2(H^2O)^{12}],\ 2H^2O,$$
$$(SO^4)^3[Cr^2(H^2O)^{12}],\ 3H^2O,$$
$$(SO^4)^3[Cr^2(H^2O)^{12}],\ 4H^2O,$$
$$(SO^4)^3[Cr^2(H^2O)^{12}],\ 5H^2O.$$

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'acide phényl-α-oxycrotonique. Un exemple d'éther-oxyde d'hydrate de cétone.* Note de M. J. BOUGAULT, présentée par M. Haller.

Dans une Note sur ce sujet ([1]), j'ai fait connaître un composé de formule $C^{20}H^{23}AzO^6$ auquel j'ai été conduit à attribuer la constitution (I), comportant l'existence d'une fonction éther-oxyde d'hydrate de cétone.

Ce corps, traité par le permanganate de potassium en solution acide diluée, donne une réaction inattendue aboutissant à la formation d'un composé $C^{20}H^{19}AzO^3$, différant du précédent par perte de $H^2O + H^2O^2$; je lui donne la constitution (II).

```
C⁶H⁵.CH².CH².C(OH).CO²H              C⁶H⁵.CH².CH².C——CO
             |                                     | \
             O                                     |  >O   >AzH
             |                                     | /
C⁶H⁵.CH².CH².C(OH) — COAzH²          C⁶H⁵.CH².CH².C——CO
            (I)                                 (II)
```

Ce nouveau composé fond à 120°. Il est insoluble dans l'eau, soluble dans l'alcool, l'acétone, le chloroforme, l'éther, peu soluble dans le benzène froid, insoluble dans l'éther de pétrole.

En admettant la formule de constitution donnée ci-dessus, on voit que la perte de H^2O a créé une fonction imide, et que la perte de H^2O^2 s'est faite par le départ de 2(OH) tertiaires avec soudure directe des deux carbones auxquels étaient attachés les 2(OH).

I. La fonction imide est démontrée : 1° par les propriétés de pseudo-acide que possède le corps $C^{20}H^{19}AzO^3$ (ne décomposant pas les carbonates alcalins à froid, bien que pouvant se titrer approximativement à la phtaléine du phénol); 2° par sa transformation, d'abord en acide amidé

([1]) *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 236.

$C^{20}H^{21}AzO^{4}$ (p. f. 171°) sous l'action des solutions chaudes de carbonate de soude, puis en acide bibasique $C^{20}H^{20}O^{5}$ (p. f. 204°) par action des alcalis, avec départ d'ammoniaque; 3° par la formation d'un éther méthylique (p. f. 86°) où CH^{3} est fixé à l'azote, car l'action des alcalis, conduite comme ci-dessus, dégage finalement de la *méthylamine* au lieu d'ammoniaque, en aboutissant encore à l'acide bibasique $C^{20}H^{20}O^{5}$, fondant à 204°.

II. La présence de la fonction imide étant parfaitement prouvée, le groupement $\begin{matrix}-CO\\-CO\end{matrix}\!\!>AzH$ s'impose dans la formule de constitution (II), et, dès lors, on voit, en examinant la formule (I), que l'élimination de $H^{2}O^{2}$ ne peut guère s'exprimer que par le départ des 2(OH) tertiaires, ainsi que je l'ai admis.

Cette interprétation trouve un appui expérimental dans le fait que l'union des deux chaînes benzylpyruviques est devenue beaucoup plus intime dans le nouveau composé. En effet, tandis que le composé (I), comme je l'ai indiqué dans ma Note précédente, se décompose facilement par ébullition, avec une solution aqueuse de carbonate de soude, le nouveau composé (II) résiste à cette action, ouvrant seulement sa liaison imide pour donner l'acide amidé. Toutefois, les alcalis caustiques, après 6 heures d'ébullition, dédoublent le composé (II) avec formation d'acide benzylpyruvique, d'acide hydrocinnamique et d'autres produits non déterminés. Remarquons d'ailleurs que l'acide bibasique (p. f. 204°) correspondant à l'imide (II) est encore plus résistant que ce dernier; il peut être chauffé plusieurs heures, à l'ébullition, avec un excès de soude dilué sans être altéré.

III. En dehors de la formation inattendue d'une fonction imide dans la réaction au $MnO^{4}K$ étudiée ici, le départ de $H^{2}O^{2}$ avec établissement d'une liaison entre carbones, me paraît particulièrement intéressant, en ce qu'il constitue un exemple de réaction de Wagner inversée. On sait, en effet, que dans cette réaction, sous l'action du permanganate de potassium, 2 (OH) sont fixés sur deux carbones voisins (1 OH sur chaque carbone) avec suppression d'une liaison entre ces deux carbones; or, c'est l'inverse que l'on constate dans la réaction qui fait l'objet de cette Note.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage des carbures acétyléniques et des carbures éthyléniques dans les mélanges d'hydrocarbures gazeux.* Note [1] de MM. **P. Lebeau** et **A. Damiens**, présentée par M. H. Le Chatelier.

L'analyse d'un mélange d'hydrocarbures gazeux renfermant à côté des carbures saturés des carbures éthyléniques et acétyléniques comprend, comme première opération, le dosage et l'élimination de ces deux dernières séries d'hydrocarbures. On emploie le plus souvent, pour l'absorption des carbures acétyléniques, le chlorure cuivreux ammoniacal et, pour celle des éthyléniques, le brome.

On sait combien la manipulation du chlorure cuivreux ammoniacal est désagréable. En outre ce réactif, très altérable, a la propriété de dissoudre en notable quantité et dans des proportions variant avec sa composition les carbures éthyléniques. L'emploi du brome n'est guère plus séduisant et nécessite le transport des gaz sur la cuve à eau, ce qui constitue une importante cause d'erreur.

Nous avons réussi à substituer, à ces réactifs classiques, des liquides d'un usage plus commode et permettant d'effectuer l'analyse d'un mélange gazeux exclusivement sur la cuve à mercure.

I. *Carbures acétyléniques.* — Le réactif auquel nous nous sommes arrêtés pour l'absorption des carbures acétyléniques est une solution alcaline d'iodomercurate de potassium. L'acétylène se dissout simplement dans une solution d'iodomercurate; mais par addition d'alcali il se produit, ainsi que Berthelot l'a démontré, une combinaison mercurique sous forme d'un précipité blanc.

En étudiant l'influence de l'alcalinité et de la concentration des solutions d'iodomercurate de potassium sur l'acétylène et l'allylène, nous avons finalement adopté pour le réactif la formule suivante :

Iodure mercurique..............	25^g
Iodure de potassium.............	30
Eau distillée.....................	100

Pour éviter l'emploi d'une solution caustique, nous alcalinisons le réactif, dans le tube même où doit se faire l'analyse, au moyen d'un petit fragment de potasse.

---

[1] Présentée dans la séance du 3 février 1913.

1^{cm^3} de ce réactif ainsi alcalinisé absorbe environ vingt fois son volume d'acétylène. Le précipité formé se dépose très vite et ne gêne pas pour la lecture du volume gazeux restant.

La sensibilité du réactif équivaut à celle du chlorure cuivreux ammoniacal. Nous avons pu déceler $\frac{1}{200}$ de milligramme d'acétylène dilué dans un gaz inerte.

La solubilité des carbures éthyléniques dans ce liquide est sensiblement la même que dans l'eau. On peut d'ailleurs, pour éviter toute correction, extraire complètement les carbures dissous en faisant le vide à l'aide de la trompe à mercure.

2. *Carbures éthyléniques.* — On sait que les carbures éthyléniques peuvent être absorbés par l'acide sulfurique; mais dans le cas de l'éthylène que l'on rencontre le plus fréquemment dans les analyses de gaz, cette absorption est d'une extrême lenteur et nécessite une agitation prolongée. Nous avons pensé qu'il serait peut-être possible de rendre immédiate la combinaison de l'éthylène avec l'acide sulfurique, en faisant intervenir des substances catalysantes solubles dans cet acide, telles que les acides vanadique, uranique, etc. L'expérience a confirmé nos prévisions, et les solutions sulfuriques des acides vanadique et uranique se prêtent merveilleusement au dosage des carbures éthyléniques.

On peut faire absorber en quelques minutes, à 1^{cm^3} d'une solution à 1 pour 100 d'acide vanadique dans l'acide sulfurique concentré, plus de 150 fois son volume d'éthylène.

Une solution sulfurique de sulfate d'uranyle à 6 pour 100 se comporte de même. Avec les acides sulfotungstique et sulfomolybdique, l'absorption se produit encore, mais plus lentement. Nous donnons à titre d'exemple les résultats de l'analyse d'un mélange complexe renfermant du méthane, de l'éthylène, de l'allylène et de l'acétylène :

	cm³
Méthane	3,50
Éthylène	10,14
Acétylène	8,88
Allylène	4,88

Nous avons trouvé après l'action de l'iodomercurate

$13^{cm^3},53$ au lieu de $13^{cm^3},64$.

La différence correspond à la solubilité de l'éthylène dans le réactif. Après l'intervention du réactif sulfovanadique, il reste

$3^{cm^3},48$ de méthane au lieu de $3^{cm^3},50$.

Tous ces volumes gazeux ont été réduits à 0° et 760^{mm}.

Le réactif sulfovanadique se prépare en dissolvant à chaud 1^g d'anhydride vanadique dans 100^g d'acide sulfurique pur à 66° Baumé. Le réactif sulfo-uranique est obtenu en additionnant 100^g de ce même acide sulfurique de 6^g de sulfate d'uranyle pur. Ils sont tous deux sans action sur l'oxyde de carbone.

Nous avons déjà fait l'application de ces deux réactifs à un très grand nombre d'analyses et nous pouvons affirmer qu'ils peuvent être très avantageusement substitués à ceux qui ont été utilisés jusqu'à ce jour. L'intervention de ces catalyseurs, en milieu sulfurique, peut d'ailleurs présenter un intérêt plus général.

BOTANIQUE. — *Sur la courbe des limites de la germination des graines après séjour dans les solutions salines.* Note [1] de M. **Pierre Lesage**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Dans une Note précédente [2], j'ai montré que les graines de Cresson alénois, retirées de solutions alcooliques où elles avaient séjourné pendant des temps variables, germaient de telle sorte que les limites de la germination pouvaient être données par une courbe construite en prenant pour ordonnées les temps de séjour dans les solutions et, pour abscisses, les dilutions de ces solutions exprimées par $\frac{m}{n_1} - 1 = D$. Dans cette courbe, j'ai pensé qu'il était bon de signaler trois points que je reproduis ici en les complétant un peu :

1° Un point qui se trouverait sur l'axe des y et donnerait la limite du séjour des graines dans la solution de dilution zéro ($m = n = 100$ pour $100 =$ alcool absolu), limite au-dessus de laquelle le pouvoir germinatif disparaîtrait complètement. J'ai désigné ce point par A et, comme alors la limite s'exprime en temps, j'ai dit qu'elle était au-dessus de 50 jours à la fin de mes expériences du moment. Je puis ajouter qu'elle dépasse 11 mois, d'après mes essais du 14 janvier 1913.

2° Un point B, limite de séjour au-dessous de laquelle le pouvoir germinatif est encore conservé, quelle que soit la dilution.

3° Un point C à partir duquel la courbe doit se continuer par une perpendiculaire à l'axe des x. Ses coordonnées sont intéressantes parce que l'une, celle du temps, est

(1) Présentée dans la séance du 10 février 1913.

(2) Pierre Lesage, *Sur les limites de la germination des graines soumises à l'action de solutions diverses* (*Comptes rendus*, t. 154, p. 826, séance du 25 mars 1912).

plus haute que celle de B et parce que celle de la dilution correspond à la limite au-dessus de laquelle les graines germent dans les solutions elles-mêmes.

Ce qui frappe dans cette courbe, c'est qu'elle se montre concave vers le haut parce que B est entre A et C et parce que les ordonnées de A et de C sont plus grandes que celle de B.

J'ai ajouté, en outre, que ces faits ne sont pas particuliers à l'alcool ni au Cresson alénois puisque j'ai pu obtenir des faits comparables et construire des courbes de même allure avec le Radis et avec le chlorure de sodium, dans des expériences de contrôle menées assez rapidement, mais qui m'avaient paru concluantes. Toutefois, je ne m'en suis pas tenu là et, quand le temps me l'a permis, j'ai voulu voir ce qui se produirait avec d'autres sels. Pour cela, j'ai entrepris une longue série de germinations avec graines de cresson alénois; après des séjours de plus en plus longs dans 10 solutions de neuf sels : chlorures, nitrates et sulfates de Na, de K et d'AzH^4, ce qui faisait un total de 90 solutions. Je ne puis songer à tout décrire ici; je désire seulement signaler les faits principaux et surtout schématiser les résultats saillants dans un Tableau de courbes.

Je dois dire d'abord que j'ai fait des opérations parallèles dont l'ensemble a pris plus de 40 jours et, ensuite, que je me suis efforcé de rechercher surtout les points B et C, sans négliger le point A. Mais, au sujet de ce dernier point, je me trouvais limité expérimentalement par la solubilité des sels employés; je ne devais l'envisager que pour une certaine dilution où m ne pouvait dépasser cette solubilité à la température des expériences.

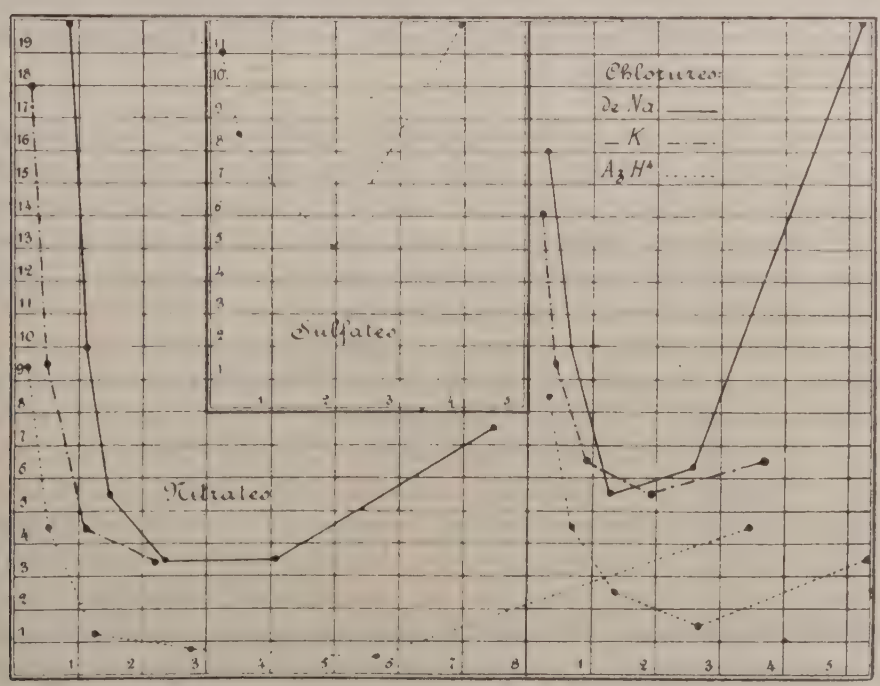
Les solutions étaient faites avec des sels purs fournis par la maison Poulenc; pour chaque sel, la série des dix solutions comprenait : la solution saturée à 15°, température qui devait être toujours inférieure à la température du laboratoire aux mois d'août et septembre; puis neuf autres solutions de dilutions relatives $\left(\frac{m}{n} - 1\right)$ égales à 1, 3, 5, ..., 511.

Dans la série principale des expériences, 300 graines furent mises dans chaque solution, au début et, successivement, après des séjours de plus en plus longs, j'en retirais dix graines que je lavais et mettais à germer sur une mince couche d'eau; il ne restait plus qu'à noter la germination ou la non-germination. Tout cela m'a fourni de nombreux Tableaux d'où je tire les courbes et les nombres suivants.

Mais remarquons bien que, étant donnée la longueur des opérations et des expériences, je n'ai pu entrer dans les détails, ni répéter les contrôles; que deux solutions consécutives d'un même sel étant assez différentes l'une

de l'autre, je ne puis donner que des moyennes, des approximations et je dois me contenter de l'allure générale quitte à revenir, plus tard, aux détails intéressants.

Cette allure générale est suffisamment indiquée dans les courbes suivantes qui ont été construites en portant sur l'axe des x la concentration en molécules-grammes et sur l'axe des y, la durée en jours de l'immersion dans les solutions salines; elles sont comprises entre le point A, à droite, et le point C, à gauche. Je dois dire que, dans le groupe des nitrates, j'ai légèrement déplacé la courbe du Na vers la droite et la courbe de l'AzH^4 vers la gauche pour dégager celle du K.



Courbes des limites de germination, avec les temps pour ordonnées et les concentrations en molécules-grammes pour abscisses. — Avec les dilutions relatives ou absolues pour abscisses, ces courbes seraient plus étalées.

La place me fait défaut pour interpréter ces courbes; mais elles sont assez éloquentes par elles-mêmes. A part celle du nitrate de K, elles sont toutes concaves vers le haut; dans toutes, les ordonnées de A et de C sont plus grandes que celle du point B compris entre les points A et C. Quant au nitrate de K, il ne fait pas nécessairement exception; sa solubilité relativement faible ne permet pas de se rendre compte expérimentalement de

ce qui se passerait à droite de la courbe si cette solubilité était plus grande.

D'autre part, on voit que si la force osmotique joue un rôle dans les phénomènes étudiés, elle est loin de les diriger uniquement ; il y a, à ce point de vue, des différences marquées entre les sels employés. Les courbes sont groupées par sels, pour les mêmes acides, elles pourraient l'être autrement ; de toute manière, elles sont intéressantes par les renseignements qu'elles donnent sur l'action relative des ions qui interviennent.

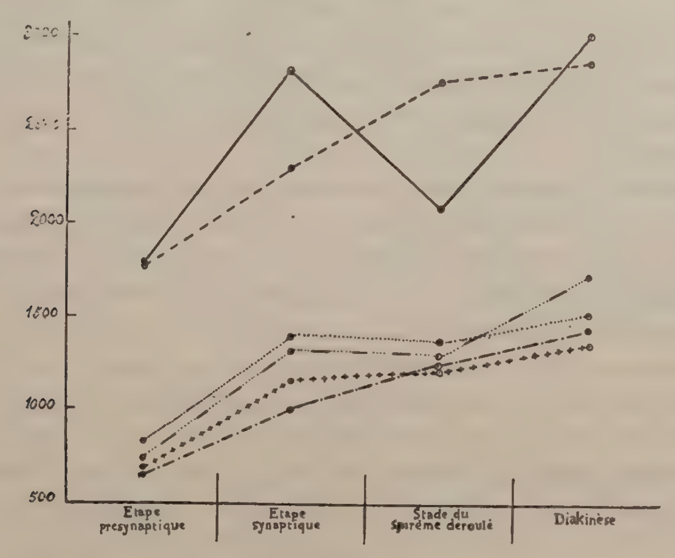
BOTANIQUE. — *Variations de volume du noyau et de la cellule chez quelques Fougères durant la prophase hétérotypique.* Note de M. R. DE LITARDIÈRE, présentée par M. G. Bonnier.

Au cours de mes travaux cytologiques sur les Fougères, j'ai étudié les variations que présentent les volumes du noyau et de la cellule durant la prophase hétérotypique ; cette Note contient les résultats que j'ai obtenus chez diverses espèces : ***Polytiichum aculeatum*** Schott, ***Dryopteris Filix-mas*** Schott, ***Asplenium Trichomanes*** L., ***Asplenium Adiantum-nigrum*** L., ***Phyllitis Scolopendrium*** Newm., ***Polypodium vulgare*** L.

En suivant l'évolution du noyau, on constate tout d'abord d'une manière générale, du présynapsis au synapsis, un accroissement de volume. Cet accroissement est de 1030^{μ^3} pour le *Polypodium* (1), 615^{μ^3} pour l'*A. Trichomanes*, 556^{μ^3} pour l'*A. Adiantum-nigrum*, 520^{μ^3} pour le ***D. Filix-mas***, 482^{μ^3} pour le *Phyllitis*, 337^{μ^3} pour le *P. aculeatum*. Du synapsis au stade du spirème déroulé, les espèces étudiées se comportent suivant trois types : 1° le volume diminue considérablement (diminution de 725^{μ^3} pour le *Polypodium*); 2° le volume reste à peu près stationnaire (diminution de 50^{μ^3} pour l'*A. Trichomanes*, 21^{μ^3} pour l'*A. Adiantum-nigrum*; augmentation de 31^{μ^3} pour le *Phyllitis*); 3° le volume augmente chez le ***D. Filix-mas***, 465^{μ^3}, et le *P. aculeatum*, 283^{μ^3}. Du spirème à la diakinèse, on constate un accroissement générale de volume (*Polypodium*, 930^{μ^3}; *A. Trichomanes*, 411^{μ^3}; *P. aculeatum*, 178^{μ^3}; *A. Adiantum-nigrum*, 171^{μ^3}; ***D. Filix-mas***, 120^{μ^3}; *Phyllitis*, 115^{μ^3}). L'accroissement diakinétique est inférieur à l'accroissement synaptique ; malgré cela, c'est à la diakinèse que l'on observe le maximum de volume du noyau. Les courbes représentées ci-contre résument ces variations.

(1) Les chiffres indiqués dans cette Note représentent la moyenne de vingt mesures.

Les courbes relatives à l'évolution de la cellule sont presque tout à fait comparables à celles du noyau : d'abord accroissement du présynapsis au synapsis, mais plus considérable que celui du noyau ; puis du synapsis au spirème, diminution très sensible du volume chez le *Polypodium*, où il devient inférieur de 268^{μ^3} au volume présynaptique, faible diminution chez les *A. Trichomanes* et *Adiantum-nigrum*, *P. Aculeatum* et enfin léger accroissement chez le *Phyllitis* et le *D. Filix-mas ;* du spirème à la diakinèse, il y a augmentation de volume et, comme cela a lieu pour le noyau, l'accrois-



Variations du volume du noyau durant la prophase hétérotypique.

Polypodium vulgare L. : ————
Dryopteris Filix-mas Schott : - - - - -
Polystichum aculeatum Schott : —.—.—
Asplenium Adiantum-nigrum L. : ....
— *Trichomanes* L. : ....——....
Phyllitis Scolopendrium Newm. : + + +

sement diakinétique est inférieur à l'accroissement synaptique. Le maximum de volume de la cellule est à la diakinèse, sauf pour le *Polypodium*, qui le présente au synapsis. Les volumes diakinétiques et synaptiques de la cellule-mère du *P. aculeatum* sont à peu près semblables.

Les diverses espèces que j'ai étudiées offrent donc des différences assez sensibles dans les variations de volume du noyau et de la cellule. Le *D. Filix-mas* et le *P. aculeatum* ont un processus d'évolution nucléaire analogue; les courbes des deux *Asplenium* et du *Phyllitis* ont beaucoup de ressemblance entre elles; celle du *Polypodium* constitue un type à part. Pour les variations de la cellule, il y a également une grande similitude dnas

l'allure des courbes du *D. Filix-mas* et du *P. aculeatum;* les *Asplenium* se comportent différemment de ces derniers, de même le *Phyllitis* et le *Polypodium*.

On ne peut donc formuler de loi générale de variation de volume; toutefois, il semble bien établi qu'il se produit, au début de la prophase hétérotypique, une grande augmentation de volume du noyau, de la cellule et aussi parfois du cytoplasme, comme il est facile de le calculer par différence des volumes. L'accroissement général du noyau que l'on observe du présynapsis au synapsis est dû à une augmentation considérable de l'enchylème, comme l'ont déjà indiqué MM. Lubimenko et Maige, Lawson, Gates chez d'autres végétaux. Quant à celui du cytoplasme, il est probablement la conséquence d'une prolifération des fibrilles du réticulum, dont les mailles paraissent bien plus serrées au synapsis qu'au présynapsis ou au stade quiescent.

Ces variations, surtout celles du noyau, sont probablement caractéristiques d'un groupement systématique, comme semblerait le montrer l'analogie que l'on observe d'une part dans celles des *Asplenium Trichomanes* et *Adiantum-nigrum*, de l'autre dans celles du *Dryopteris Filix-mas* et du *Polystichum aculeatum* dont la distinction générique est si peu sensible que certains auteurs les considèrent comme appartenant au même genre. Il serait nécessaire de poursuivre des recherches dans ce sens en étudiant les variations de croissance chez un grand nombre de types de chaque famille. Outre l'intérêt que ces études pourraient avoir au point de vue systématique, elles permettraient sans doute d'élucider bien des problèmes de cytologie.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la migration des éléments minéraux et sur le déplacement de ces éléments chez les feuilles immergées dans l'eau.* Note de M. G. **André**, présentée par M. Armand Gautier.

Les phénomènes d'hydrolyse que subissent les feuilles fraîches immergées dans l'eau, additionnée de quelques gouttes de formol, résolvent peu à peu en éléments plus simples les principes immédiats que ces feuilles contiennent à l'état normal, et ces éléments passent alors dans le liquide qui les entoure. J'ai montré récemment (*Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 1528), en prenant comme exemple les feuilles du Châtaignier commun, que, en conséquence de ces phénomènes, les feuilles qui tombent à l'automne pouvaient restituer au sol, dans un espace de temps assez court, la majeure partie de l'acide phosphorique et la presque totalité de la potasse qu'elles avaient immobilisés durant leur développement.

I. J'ai poursuivi cette étude pendant l'année 1912 et je l'ai étendue

à tous les éléments normaux de cette feuille. 200 feuilles fraîches de Châtaignier ont été récoltées aux époques indiquées ci-dessous. Voici les quantités de substances qui y étaient contenues, quantités rapportées à 100g de matière séchée à 110° :

	Azote total.	Phosphore total (calculé en PO^4H^3).	Soufre total (calculé en SO^3).	CaO.	MgO.	K^2O.
	g	g	g	g	g	g
2 juin 1912....	2,3797	0,7712	0,6276	0,9348	0,4166	1,2137
29 juillet.......	2,1791	0,5840	»	»	»	1,2988
25 septembre...	1,8405	0,5955	0,9895	1,9195	0,4724	1,4017

On remarquera d'abord que ces chiffres diffèrent très sensiblement de ceux que j'ai trouvés aux époques correspondantes de l'année 1911 (*loc. cit.*). La proportion des matières minérales et celle de l'azote total sont moins élevées en 1912 qu'en 1911. L'explication doit en être cherchée dans la différence évidente de la transpiration des feuilles pendant ces deux années, la température ayant été notablement plus élevée en 1911 qu'en 1912. Dans les deux cas, d'ailleurs, la migration de l'azote et celle des matières salines se sont effectuées dans le même sens; le taux de l'azote et celui de l'acide phosphorique éprouvent une forte diminution à mesure que la feuille avance en âge; le taux de la potasse, au contraire, s'élève légèrement.

La chaux et le soufre total (calculé en SO^3) croissent dans des proportions notables entre le 2 juin et le 25 septembre. Cette augmentation du soufre ne peut s'expliquer que par une accumulation de sulfate de calcium pénétrant dans l'organe jusqu'aux dernières périodes de sa végétation. En effet, l'azote albuminoïde entraînant, par suite de sa migration, une certaine proportion de soufre, celui-ci aurait dû diminuer; mais son départ a été compensé, et au delà, par l'arrivée de sulfate de calcium qui s'est accumulé dans les feuilles sans y trouver d'emploi. D'ailleurs, la presque totalité du soufre se rencontre à l'état purement minéral, car la dose de cet élément qui entre dans la constitution du noyau albuminoïde est de 1,5 à 2 pour 100 au plus. En ce qui concerne la chaux, le fait de l'augmentation de cette base avec l'âge de la feuille est général. Si la majeure partie de la chaux est combinée à l'acide sulfurique, une autre partie se rencontre dans la feuille à l'état de combinaison avec les acides organiques, et, vers l'époque de sa chute, sous forme de carbonate déposé par évaporation du bicarbonate ou provenant de la destruction par oxydation des acides organiques.

La migration de l'azote et celle du phosphore (calculé en PO^4H^3) présente également des différences remarquables d'une année à l'autre : cette migration est beaucoup plus accusée en 1911 qu'en 1912, en raison de la différence même des conditions météorologiques.

II. L'immersion des feuilles dans l'eau a fourni les résultats suivants, rapportés à 100^g de matière séchée à 110°.

(A = poids des substances ayant exosmosé dans l'eau au bout d'un mois; B = poids des substances demeurées dans le résidu insoluble; C = poids des substances dans 100^g de feuilles à l'état initial; D = quantité de substance ayant exosmosé pour 100 parties de la quantité totale.)

	Azote total.	Phosphore total (calc. en PO^4H^3).	Soufre total (calc. en SO^3).	Ca O.	Mg O.	K^2O.
			2 juin.			
A........	0^g,1459	0^g,5001	0^g,3565	0^g,1872	0^g,2113	1^g,1579
B........	2,2338	0,2711	0,2711	0,7476	0,2053	0,0558
C........	2,3797	0,7712	0,6276	0,9348	0,4166	1,2137
D........	6,19	64,84	56,80	20,03	50,72	95,39
			29 juillet.			
A........	0,0690	0,4062	»	»	»	1,1574
B........	2,1101	0,1778	»	»	»	0,1414
C........	2,1791	0,5840	»	»	»	1,2988
D........	3,17	69,54	»	»	»	89,10
			25 septembre.			
A........	0,1161	0,3781	0,6754	0,4208	0,1905	1,2326
B........	1,7244	0,2174	0,3141	1,4987	0,2819	0,1691
C........	1,8405	0,5955	0,9895	1,9195	0,4724	1,4017
D........	6,30	63,48	68,25	21,92	40,32	87,93

Il résulte de l'examen de ces chiffres que les quantités d'azote, d'acide phosphorique et de potasse éliminées au bout d'un mois, dans l'eau où baignaient les feuilles, sont du même ordre de grandeur que celles qui ont été fournies par les feuilles de l'année 1911. La chaux est l'élément salin qui résiste le plus à l'exosmose : le cinquième seulement de cette base a passé dans le liquide extérieur, alors que l'exosmose de la magnésie a été bien plus considérable. L'élimination de l'acide sulfurique est comparable à celle de l'acide phosphorique, comme si la majeure partie du soufre et du phosphore était engagée, à toutes les périodes de la végétation, dans des combinaisons salines facilement dialysables après la mort de la feuille.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Formation de l'urée par les végétaux supérieurs.* Note de M. **R. Fosse**, présentée par M. E. Roux.

Ce corps, dont la présence dans le règne végétal n'était connue que pour quelques champignons (Bamberger et Landsiedl, Gare, Goris et Mascré), a été déjà caractérisé par nous dans nombre de végétaux supérieurs (*Comptes rendus*, t. 155, p. 851).

Mais, comme l'urée existe aussi dans la terre cultivée (*Ibid.*), on ne peut décider, *a priori*, si elle est engendrée par la plante ou simplement puisée par sa racine dans le sol avec les sels minéraux nutritifs.

Les animaux ne sont pas les seuls êtres vivants capables de produire l'urée, la cellule végétale possède aussi cette faculté, ainsi qu'en témoignent deux moisissures et de nombreuses plantes d'organisation élevée.

Nous avons précédemment établi que l'*Aspergillus niger* et le *Penicillium glaucum* créent de l'urée en culture aseptique pure à partir du sucre et de l'ammoniac; dans cette Note, nous démontrerons que le même corps prend également naissance, mais avec plus d'abondance, lorsque le *blé*, l'*orge*, le *maïs*, le *pois*, le *trèfle*, la *fève* consomment les matériaux de réserve de leur graine pendant le phénomène de la germination.

1. *Caractérisation de l'urée dans la graine en germination.* — Après l'avoir décelée d'abord dans le pois maintenu 8 à 10 jours à l'étuve vers 25°, sur la ouate humide, nous avons effectué de nouvelles expériences au sein du sable siliceux, lavé et calciné, humecté d'eau distillée, exposé à la lumière et à la température du laboratoire. En suivant les indications de M. P. Mazé, les plantes récoltées étaient robustes et sans trace apparente de moisissure.

Le végétal âgé de 1 mois, haut de 12^{cm} à 15^{cm}, lavé à l'eau distillée, est broyé avec de l'acide acétique et le produit épuisé par l'alcool fort.

Le résidu de la distillation dans le vide des liqueurs alcooliques est repris par l'acide acétique et la solution additionnée de xanthydrol. Le précipité, recueilli par centrifugation, est lavé à la potasse chaude, à l'alcool froid, pour être finalement dissous dans un peu de pyridine bouillante.

Poids d'urée di-xanthylée cristallisée, correspondant à $15^{g},5$ de plante sèche : $0^{g},0695$.

Rendement en urée pour 1^{kg} de plante sèche y compris les cotylédons : $0^{g},64$.

L'urée a été décelée en procédant ainsi dans :

Le blé ayant germé sur l'eau de chaux, 24 heures à l'étuve et ensuite 11 jours à la température du laboratoire;

Le trèfle soumis aux mêmes conditions;

La fève des marais après 6 semaine de germination;

Le malt d'orge, non touraillé, des brasseurs.

2. *Présence de l'urée dans des graines à l'état de repos.* — En opérant sur 100g de graines, préalablement lavées superficiellement à l'alcool, puis séchées et finalement réduites en farine très fine, nous avons obtenu un résultat négatif pour le lupin blanc et la fève des marais, positif pour le blé, le maïs et le pois.

La dose d'urée, isolée sous forme de sa combinaison di-xanthylée, plus grande pour le pois que pour les deux autres semences, n'atteignait cependant pas un centigramme par kilogramme de graine sèche.

3. *Accumulation de l'urée dans l'embryon, son absence ou sa raréfaction dans les cotylédons. — Fève des marais.* — Après 6 semaines de germination, les plantules, très vigoureuses, furent séparées des cotylédons et l'urée recherchée dans chacune de ces deux parties. Tandis que des cotylédons (98g à l'état frais) on ne put en extraire la moindre trace, les plantules (70g à l'état frais) donnèrent 0g,055 d'uréine recristallisée, c'est-à-dire 0g,112 d'urée par kilogramme de plantule fraîche.

L'urée a été également décelée, et avec la plus grande facilité, dans *les radicelles du malt d'orge des brasseries*, desséché à basse température, et dans *l'extrait de touraillon* ou *maltopeptone commerciale*.

Embryon du haricot. — 20g de germes, provenant de la décortication industrielle de ce légume, ont fourni près de 1cg d'uréine recristallisée, tandis que 500g de cotylédons de la même graine (décortiqués du commerce) n'ont produit qu'une trace de ce corps.

4. *Présence de l'urée dans la plantule du maïs, ayant germé aseptiquement, et dans la plante adulte, développée sur liquide nutritif stérile, d'après les méthodes de M. P. Mazé.* — Ces deux faits ont été reconnus par l'examen des plantes que M. P. Mazé a eu l'extrême obligeance de mettre à notre disposition. Il en résulte nettement que la cellule végétale est, à elle seule, capable de créer l'urée sans le concours des micro-organismes.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Une théorie de la vision.* Note de M. **Tscherning**, présentée par M. Lippmann.

Parmi le très grand nombre de points que l'œil peut voir à la fois, c'est-à-dire sans faire un mouvement, il y en a un qui se distingue des autres, c'est le *point de fixation*. Il n'est pas possible de dire ce qui caractérise ce point. Si l'on regarde une surface uniforme, on n'a pas la sensation qu'il y ait un point qui se distingue des autres, mais si l'on y marque un point, on a la sensation très nette, si on le fixe ou non. S'il y a deux points, on peut dire lequel on fixe; on peut diminuer la distance entre eux : tant qu'on peut voir qu'il y a deux points, on peut dire lequel on fixe. Il en résulte que le point de fixation doit correspondre à un seul élément rétinien. J'appelle cet élément, *élément principal*, les autres, *éléments accessoires*.

Figurons-nous un instant l'élément principal lumineux. En supposant l'œil emmétrope, il en sortirait un faisceau lumineux cylindrique, ce faisceau rencontrerait, près ou loin de l'œil, un objet qu'il éclairerait. Par suite de la réversibilité des processus optiques, cet objet pourrait, à son tour, éclairer l'élément rétinien. On pourrait se figurer le cylindre comme une sorte d'antenne invisible, attachée à l'œil et mobile avec lui (¹). Je désigne cette antenne, qui nous renseigne sur le monde extérieur, sous le nom de *photophore*.

Nous nous servons du photophore à peu près comme le chirurgien se sert de sa sonde. Ce qu'il sent, ce sont en réalité les vibrations des molécules constituant les parties de la sonde qu'il touche avec ses doigts, mais il a la sensation de toucher les parois de la cavité avec le bout de la sonde. De même, nous ne sentons pas l'éther vibrer contre notre rétine, mais nous croyons toucher les objets extérieurs avec le bout de notre sonde d'éther.

Si nous n'avions qu'un seul photophore, nous serions à peu près dans la situation d'un aveugle qui se guide en tâtant avec sa canne. La supériorité de la vision réside surtout dans le fait que nous possédons un nombre énorme d'éléments rétiniens, par conséquent, un nombre énorme de photophores, allant de la pupille, leur base commune, dans toutes les directions.

(¹) La conception ne correspond à la réalité qu'à la condition qu'on puisse négliger le temps que met la lumière pour arriver de l'objet à la rétine. Il faut remarquer que c'est aussi la condition de toute véritable vision.

Les photophores accessoires peuvent bien nous donner des indications sur la forme des objets extérieurs, mais leur rôle principal consiste à attirer notre attention sur un des points environnants que nous fixerons ensuite.

Il faudrait donc se figurer l'œil muni d'un appendice invisible, de forme conique. La pointe du cône serait la pupille, la base formerait une surface composée d'une mosaïque sensible, image nette ou diffuse de la rétine. Cette surface, que j'appelle la *rétine apparente*, a la forme de l'ensemble des objets qu'on peut voir à un moment donné; elle s'y moule pour ainsi dire. L'instant après, l'œil change de direction et la surface terminale change de forme, et ainsi de suite. Comme le chirurgien se sert de sa sonde en la déplaçant constamment, nous déplaçons constamment le regard pour scruter le monde extérieur.

Lorsqu'on regarde autour de soi dans la pièce dans laquelle on se trouve, on dit communément que les images des murs, des objets, etc., se déplacent sur la rétine. Je dirais, et avec autant de raison, il me semble, que nous promenons notre rétine apparente sur ces objets. Quoique la comparaison puisse paraître bizarre, il existe une grande analogie entre la manière dont la rétine apparente nous renseigne sur la pièce et la manière dont la langue nous renseigne sur les particuliarités des parois de la cavité buccale, dans les deux cas nous tâtons les parois avec une surface couverte d'une mosaïque de points sensibles. Comme la mosaïque est beaucoup plus fine dans la *fovea apparente*, elle l'est aussi sur la pointe de la langue. Quelle différence y a-t-il au fond ? Évidemment, la nature des agents est autre. Dans l'un des cas c'est la dureté des surfaces, leur degré de poli, etc., qui agissent; dans l'autre ce sont leur clarté et leurs couleurs. Et la nature des sensations est autre : dans l'un des cas nous *sentons*, dans l'autre nous *voyons*. Mais, en dehors de cela, je ne vois qu'une seule différence : l'œil peut *fixer* un point, la langue ne le peut pas.

HISTO-PHYSIOLOGIE. — *Sur l'asymétrie du corps ciliaire et sur son importance dans l'accommodation astigmique et les mouvements du cristallin.* Note de M. **Jacques Mawas**, présentée par M. Henneguy.

On sait que la rétine s'étend inégalement à la périphérie du corps ciliaire et qu'elle se rapproche beaucoup plus du limbe cornéen du côté nasal que du côté temporal. Cette disposition anatomique a pour conséquence : 1° la forme rétrécie du segment externe du champ visuel normal, c'est-à-dire

du champ visuel du côté temporal; 2° une notable asymétrie du corps ciliaire, puisque la rétine est plus étendue d'un côté que de l'autre.

Cette asymétrie du corps ciliaire est donc inversement proportionnelle à celle que présente la rétine. Ce dernier fait n'a pas assez attiré l'attention. Nous n'avons trouvé sur ce sujet que les mensurations faites par Terrien, en 1898, sur des yeux humains, et l'on ne lui attache d'ailleurs aucune importance physiologique. Or, il est évident que, grâce à cette disposition, le nombre, la longueur et la force des fibres zonulaires seront loin d'être les mêmes suivant qu'on les considère du côté temporal ou du côté nasal du corps ciliaire. D'un côté, les fibres zonulaires seront, grâce à l'étendue plus considérable de la rétine ciliaire, plus nombreuses, plus longues, et d'une action plus puissante que celles du côté opposé. Le cristallin sera, en d'autres termes, plus tiraillé ou plus relâché d'un côté que de l'autre.

L'importance de l'introduction d'une pareille notion dans la physiologie de l'accommodation nous paraît devoir transformer, en grande partie, notre conception actuelle du mécanisme des mouvements du cristallin lors de la contraction du muscle ciliaire.

Nous avons mesuré la longueur du corps ciliaire chez un certain nombre de Mammifères. L'œil était d'abord orienté de façon à présenter la même position que celle qu'il occupe dans l'orbite. Puis, nous mesurions la longueur du corps ciliaire, depuis l'*ora serrata* jusqu'à la terminaison des procès ciliaires (le cristallin étant en place) du côté nasal et, du côté temporal, dans le diamètre horizontal (0°-180°). Puis, la même mesure était faite dans le sens vertical (90°-270°), et enfin, dans un diamètre intermédiaire, que nous avons choisi situé à 45°. En appelant :

Le côté nasal (transversal) a;
Le côté temporal (transversal) a',
Le côté supérieur (vertical) b;
Le côté inférieur (vertical) b';
Les côtés intermédiaires (45°) c et c',

on obtient le résultat suivant :

1° *Chez le Mouton.*	2° *Chez le Porc.*
$a + a' = 8{,}5^{\text{mm}} + 4{,}5^{\text{mm}} = 13^{\text{mm}}$	$a + a' = 6{,}5^{\text{mm}} + 4^{\text{mm}} = 10{,}5^{\text{mm}}$
$b + b' = 7{,}5 + 8 = 15{,}5$	$b + b' = 6 + 6 = 12$
$c + c' = 6 + 9{,}5 = 16$	$c + c' = 6 + 4{,}5 = 10{,}5$

3° Chez le Bœuf.

$$a + a' = 10^{mm} + 6^{mm} = 16^{mm}$$
$$b + b' = 10,5 + 8,5 = 19$$
$$c + c' = 8 + 9,5 = 17,5$$

4° Chez la Chèvre.

$$a + a' = 8^{mm} + 4,5^{mm} = 12,5^{mm}$$
$$b + b' = 9,5 + 7 = 16,5$$
$$c + c' = 10 + 6 = 16,5$$

5° Chez le Chien.

$$a + a' = 7^{mm} + 4^{mm} = 11^{mm}$$
$$b + b' = 4 + 4,5 = 8,5$$
$$c + c' = 6 + 4 = 10$$

6° Chez le Lapin.

$$a + a' = 3^{mm} + 2,5^{mm} = 5,5^{mm}$$
$$b + b' = 3 + 3 = 6$$
$$c + c' = 3 + 3 = 6$$

Il importait de déterminer, non seulement les différences qui existent entre un côté du corps ciliaire et le côté opposé, mais aussi si la somme obtenue dans un diamètre n'est pas exactement compensée par celle du diamètre perpendiculaire, ou même par un autre. Les résultats obtenus montrent très nettement que, dans tous les yeux que nous avons examinés, *le corps ciliaire est asymétrique* anatomiquement et physiologiquement.

Cette asymétrie aura pour effet, pendant l'accommodation, en supposant que le muscle ciliaire se contracte entièrement et également partout, ce qui est probable :

1° D'accommoder inégalement les rayons de courbure du cristallin;

2° De corriger ou de compenser un astigmatisme cornéen notable;

3° De déplacer le cristallin du côté où le corps ciliaire est le plus développé;

4° De faire basculer le cristallin et de le faire tourner sur lui-même.

Cette asymétrie explique d'ailleurs parfaitement bien l'accommodation astigmique sans qu'il soit nécessaire, pour cela, de recourir à l'hypothèse d'une action isolée d'un groupe de procès ciliaire.

MÉDECINE. — *De l'immunisation contre le staphylocoque pyogène par voie intestinale.* Note de MM. **Jules Courmont** et **A. Rochaix**, présentée par M. Guignard.

Nous avons montré [1] qu'on pouvait immuniser divers animaux, vis-à-

[1] J. Courmont et A. Rochaix, *L'immunisation par voie intestinale; Vaccination antityphique* (*Comptes rendus*, 20 mars 1911); *De l'immunisation antitoxique par la vaccination antityphique intestinale* (*Comptes rendus*, 10 avril 1911); *La vaccination antityphique par voie intestinale* (*Presse médicale*, 3 juin 1911); *Immuni-*

vis de l'infection éberthienne et de l'infection pyocyanique, en leur introduisant, *dans le gros intestin*, des cultures complètes, tuées par la chaleur. Nos essais d'immunisation antituberculeuse, par la même voie, ont été négatifs (¹).

La vaccination antistaphylococcique est-elle possible par cette méthode? Nous avons utilisé comme vaccin des cultures en bouillon de *Staphylococcus pyogenes aureus*, tuées, à l'âge de 7 à 8 jours, par un chauffage à + 70°, pendant 4 heures.

Trois lavements (longue canule, addition de quelques gouttes de laudanum) de 100^{cm^3} ont été administrés, à 4 jours d'intervalle; à des lapins *adultes* de 2^{kg} à 3^{kg}. Ils furent très bien tolérés.

II. L'inoculation d'épreuve (inoculation de $0^{cm^3},5$ à $1^{cm^3},5$ de culture virulente, dans la veine auriculaire, en même temps qu'à des témoins) a été faite de 20 jours à 4 mois après le dernier lavement.

Les témoins sont tous morts, soit de septicémie aiguë, soit de pyohémie classique, en 8 ou 10 jours, suivant la dose.

Les vaccinés ont régulièrement survécu aux témoins, jusqu'à 35 jours, mais sont tous morts. L'immunisation est donc certaine, mais incomplète.

III. Les lésions observées chez les vaccinés sont intéressantes.

La cachexie est toujours très marquée. Assez fréquemment, on ne trouve aucune lésion macroscopique. Les abcès classiques des reins et du cœur sont, en tout cas, très rares. Par contre, on observe habituellement les lésions anormales suivantes : 1° des abcès, dont certains assez volumineux, disséminés dans le tissu cellulaire sous-cutané ou dans les masses musculaires (régions pectorale, dorsale, plus rarement dans les muscles abdominaux ou des membres); 2° des arthrites purulentes, atteignant diverses articulations, mais de préférence celle des pattes antérieures. Les lésions osseuses ne sont pas la règle, mais peuvent s'observer, avec abcès sous-périostiques, séquestres, abcès médullaires (articulations des pattes antérieures, vertèbres, côtes), absolument comme pour l'ostéomyélite des jeunes lapins.

Nous avons eu quelques cas d'épanchement des plèvres et du péricarde.

---

sation contre l'infection hébertienne expérimentale, par voie intestinale, chez le lapin (*Journal de Physiologie et de Pathologie générale*, 15 novembre 1911); *De la durée de l'immunisation, par voie intestinale, contre l'infection éberthienne expérimentale chez le lapin* (*Comptes rendus*, 27 novembre 1911); *La vaccination contre l'infection pyocyanique par la voie intestinale* (*Comptes rendus*, 11 avril 1911).

(¹) J. COURMONT et A. ROCHAIX, *Essais négatifs d'immunisation antituberculeuse par voie intestinale* (*Comptes rendus*, 7 août 1911).

IV. En somme l'introduction de cultures tuées de staphylocoque pyogène, dans le gros intestin du lapin adulte, lui confère un certain degré d'immunité, qui se manifeste par une survie assez prolongée. D'autre part l'infection est profondément modifiée dans ses caractères; au lieu de se traduire par des abcès des reins ou du cœur, elle se localise plus volontiers sur les synoviales, sur le tissu osseux, sur les séreuses; bien que due à des microbes virulents, elle se comporte comme une affection atténuée.

ZOOLOGIE. — *Les « Cytopleurosporés »* (Cytopleurosporea), *embranchement nouveau du règne des Protistes.* Note de M. **Casimir Cépède.**

Dans une Note antérieure [1], j'ai montré par l'étude d'*Anurosporidium pelseneeri* Caull. et Chapp., que le cycle évolutif de ce parasite présente les plus grandes affinités avec celui des Cnidosporidies d'une part et des *Chytridiopsis* d'autre part; que l'existence d'une *paroi cellulaire* à sa spore le rapproche des Cnidosporidies et que les analogies de son cycle évolutif avec celui des *Chytridiopsis* [2] confirment l'idée émise par Léger et Duboscq [3] (1909) de l'existence d'une paroi sporale cellulaire chez ce dernier parasite.

Et je concluais : « Comme *Anurosporidium* est étroitement allié aux Haplosporidies les mieux caractérisées (*Haplosporidium*, *Urosporidium*, etc.), je crois qu'il serait intéressant de le rapprocher avec *Chytridiopsis* des autres Sporozoaires à spore possédant une paroi cellulaire en créant pour eux le terme d'Acnidosporidies qui marquerait le caractère principal de leur spore à opposer à la présence d'une capsule polaire chez celle des Cnidosporidies qui ont tant de points évolutifs et structuraux communs avec elles. »

Mon étude a montré que *les parasites haplosporidiens typiques n'ont pas une spore simple*, caractère qui servait de base à l'établissement même de

---

(1) Casimir Cépède, *Le cycle évolutif et les affinités systématiques de l'Haplosporidie des Donax* (*Comptes rendus*, 28 août 1911).

(2) Nous devons attirer l'attention sur une particularité du cycle sporogonique des *Chytridiopsis* signalée par Léger et Dubosq : « Au cours de la croissance, le noyau (au *synkarion* de copula) se multiplie d'abord lentement et la plupart des noyaux-fils restent dans la région centrale. Cependant trois ou quatre d'entre eux se portent à la la surface et contribuent, avec une mince couche de cytoplasme qui s'étale de plus en plus à la surface de l'élément, à former une enveloppe kystique, cellulaire et résistante. »

(3) Léger et Duboscq, *Sur les* Chytridiopsis *et leur évolution* (*Arch. Zool. exp.*, 5e série, t. I, 1909, Notes et Revue, no 1, p. IX-XIII).

l'ordre des HAPLOSPORIDIES (1899) (¹) et (²) [ἁπλοῦς : simple ; σπορά : spore] et dont *Haplosporidium heterocirri* C. et M. (1899) parasite d'*Heterocirrus viridis* et *Haplosporidium scolopli* C. et M. (1899) parasite de *Scoloplos Mülleri* étaient les types caractéristiques fondamentaux. A la lumière des faits apportés par mon travail antérieur (1911), il est aisé de voir : dans la figure 11 de Caullery et Mesnil (1905) (³), un stade qui va précéder la copulation, où les éléments mâles, petits, gagnent le lieu de formation des éléments femelles ; dans la figure 12, un début de sporogonie consécutive à la copulation ; dans la plage peu foncée de la paroi sporale d'*Haplosporidium* et qui « est généralement entourée d'une auréole claire » le noyau de la cellule pariétale de la spore. Nous retrouvons ce noyau de la cellule pariétale dans la plage colorée inférieure de la figure 31 qui représente la spore d'*Haplosporidium Marchouxi* C. et M. et qui est redonnée très nette dans la figure 4 (I) du texte par les auteurs. La faible coloration de ce noyau pariétal s'explique par une forte différenciation à l'alun de fer après la coloration à l'hématoxyline, attestée d'ailleurs par la faiblesse de la coloration du noyau sporoplasmique (*Pl. XI*, *fig.* 11, 12 et 13 des auteurs).

Notre précédent travail nous fait penser qu'une nouvelle étude d'*Urosporidium* fera trouver sûrement chez ce dernier un cycle évolutif et une constitution de la spore analogues à ce que nous avons décrit nous-même chez *Anurosporidium* et que nous signalons ici chez *Haplosporidium*.

Avant la publication de notre Note antérieure sur le sujet, Léger et Duboscq (⁴), dans une admirable discussion sur la classification des Sporozoaires (1910), ont montré avec quel sens précis de la systématique Delage et Hérouard (⁵) avaient, dès 1896, isolé les Myxosporidies et les Microsporidies dans l'ordre des NEMATOCYSTIDA formant à lui seul la sous-classe des AMŒBOGENIÆ, en en éloignant les *Amœbidium* qui sont des végétaux, ainsi que l'a montré Chatton (⁶) plus tard (1906).

(¹) CAULLERY et MESNIL, *Sur le genre* Aplosporidium (nov.) *et l'ordre nouveau des Aplosporidies* (*Comptes rendus Soc. Biologie*, 14 octobre 1899).

(²) CAULLERY et MESNIL, *Sur les Aplosporidies, ordre nouveau de la classe des Sporozoaires* (*Comptes rendus*, 16 octobre 1899).

(³) CAULLERY et MESNIL, *Recherches sur les Haplosporidies* (*Arch. Zool. exp.*, 4ᵉ série, t. IV, 1905, p. 101-181, 2 planches).

(⁴) LÉGER et DUBOSCQ, *Selenococcidium intermedium* Lég. et Dub. *et la systématique des Sporozoaires* (*Arch. Zool. exp.*, 5ᵉ série, t. V, 1910, p. 187-238, 2 planches).

(⁵) DELAGE et HÉROUARD, *La cellule et les Protozoaires* (*Traité de Zoologie concrète*, t. I, 1896).

(⁶) CHATTON, *La biologie, la spécification et la position systématique des* Amœbidium (*Arch. Zool. exp.*, 4ᵉ série, t. V, 1906, Notes et Revue, nº 1).

La place nous manque pour critiquer ici les classifications qui ont suivi de Mesnil ([1]) (1899) et Schaudinn ([2]) (1900). Léger et Duboscq l'ont fait avec précision (1910); je renvoie le lecteur à leur discussion ([3]). Nous dirons seulement que le groupe des Haplosporidies, tel qu'il a été proposé par ses créateurs doit disparaître. Ce groupe, selon l'avis de Léger et Duboscq (*loc. cit.*, p. 219), serait « rationnel et durable s'il était restreint à la seule famille des *Haplosporididæ* ».

Avant notre Note, il était très exact de dire avec Léger et Dubosq que « de quelque façon qu'on l'entende, il n'a rien à voir ni avec les Télosporidies (Sporozoaires *sensu stricto* Léger et Duboscq) ni avec les Cnidosporidies de Doflein ». Il n'en est plus de même aujourd'hui que nous avons démontré (1911) les grandes affinités structurales et évolutives des *Haplosporididæ* et des Cnidosporidies ([4]).

Le groupe des Acnidosporidies Cépède (1911) doit avoir l'importance systématique d'une classe ([5]) qui fera le pendant de la classe des Cnidosporidies de Doflein (1909); les Cnidosporidies ou Nématocystides représentent, en effet, à elles seules une classe, de l'avis de Léger et Duboscq. A la suite du démembrement des Sporozoaires si justement proposé par ces derniers auteurs, nous ne considérerons pas les Nématocystides seuls comme un embranchement du règne des Protistes. Mais en nous basant sur les caractères structuraux et évolutifs communs aux Acnidosporidies et aux Cnidosporidies, Rhizopodes adaptés à la vie parasitaire, nous voyons, dans ces Protistes à sporoplasme ordinairement amœboïde montrant : une spore a paroi cellulaire, un *cycle schizogonique* et *un cycle gamogonique précédant la sporulation*, un groupe très homogène, nettement délimité, auquel nous donnons la valeur d'un embranchement. Nous le plaçons au voisinage de celui des Lobosa dont il est dérivé par parasitisme et le nommons : *embranchement des* Cytopleurosporea.

([1]) Mesnil, *Essai sur la classification et l'origine des Sporozoaires* (*Vol. jubilaire. Cinquantenaire Soc. Biol. Paris*, 1899).

([2]) Schaudinn, *Untersuchungen über den Generationswechsel bei Coccidien* (*Zool. Jahrbücher*, Bd. XIII, 1900. Abth. 7 : Anat.).

([3]) *Loc. cit.*

([4]) Doflein, *Lehrbuch des Protozoenkunde*, 1909, 2. Auflage. Iena.

([5]) Dans laquelle entre tout naturellement la *Paramyxa paradoxa* de Chatton.

CHIMIE PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Étude de l'action des rayons ultraviolets sur l'oreille de lapin.* Note [1] de M. **Venceslas Moycho**, présentée par M. Dastre.

L'action sur la peau des rayons ultraviolets émis par un arc au charbon a été étudiée d'abord par Finsen et ses élèves, Dreyer et Jansen.

Nous avons repris cette étude en employant comme source une lampe à Hg en quartz (Heraeus au régime de 70-75 volts et 3,2 ampères). L'oreille de lapin albinos, épilée, est placée entre deux lames en quartz; un carton noir, portant une ou plusieurs ouvertures de 6^{mm} à 8^{mm} de diamètre est appliqué contre la face externe de l'oreille. Une cuve en quartz, remplie d'eau distillée, est interposée entre la source et l'oreille. La température ambiante a varié de 13° à 19°.

1° *Effets macroscopiques produits par les rayons ultraviolets.* — Les irradiations de très courte durée (au-dessous de 30^s) à la distance de 10^{cm} de la lampe ne produisent généralement aucun effet visible. Quand elles sont plus prolongées (1^m à 12^m), une série de phénomènes apparaissent. Dans les premières heures, on ne voit rien; après 2 à 5 heures, on aperçoit une vaso-dilatation, localisée à l'endroit irradié, qui devient de plus en plus forte et donne à la région irradiée une teinte rouge. Ce phénomène s'accompagne d'élévation de la température et de tuméfaction de plus en plus prononcée. Le maximum de ces effets est atteint après 24 heures. Puis, après 48 heures, une légère atténuation se manifeste. Après 7 à 12 jours, la rougeur et l'élévation de la température disparaissent presque complètement et il se produit une desquamation de la peau; presque en même temps un pigment brunâtre apparaît qui persiste pendant des semaines et même des mois entiers, suivant l'intensité de l'irradiation. Enfin, on observe dans le cas d'une irradiation pas très prolongée (de 4 à 12 minutes) un effet tardif : les poils à l'endroit irradié sont plus longs que tout autour; il y a donc une action stimulante sur le système pileux.

2° *Détermination de la longueur d'onde des rayons actifs.* — Les actions décrites plus haut ne sont dues ni à la chaleur, ni aux rayons visibles. En effet, l'interposition entre la source et l'oreille d'une lame de verre de 1^{mm} d'épaisseur, rend l'irradiation, même pendant plus de 10 heures, tout à fait inactive.

---

[1] Présentée dans la séance du 10 février 1913.

Pour déterminer la longueur d'onde des radiations actives, nous avons séparé différentes régions du spectre ultraviolet au moyen d'écrans dont l'absorption a été mesurée quantitativement par la photométrie de spectrogrammes d'après la méthode de V. Henri.

On cherche, pour chaque écran, le seuil de durée, c'est-à-dire le minimum de temps nécessaire pour produire une réaction vaso-motrice qui apparaît de 12 à 24 heures après l'irradiation.

Voici la moyenne des résultats de 286 expériences :

Écrans.	Épaisseur de l'écran.	Rayons transmis par l'écran.	Seuil de durée.	Ralentissement.
	mm			
Quartz............	»	6400-2324	30^s	1
Acétate de cellulose...	0,05	jusqu'à 2900 bien ; 2900-2750 affaiblis	3^m-4^m	6- 8 fois
Viscose............	0,06	» 3000 » 3000-2324 »	4^m-5^m	8-10 »
Verre..............	1	» 3100 » 3100-2930 »	$>10^h$	>1200

On voit que les radiations de longueur d'onde plus grande que 3100^A n'ont pratiquement aucune action sur l'oreille de lapin. Les radiations à travers l'acétate de cellulose sont plus efficaces qu'à travers la viscose. La viscose laisse passer les rayons jusqu'à $\lambda = 2324$, mais déjà à partir de $\lambda = 3000$ la transparence de cet écran est faible. L'acétate de cellulose arrête tous les rayons au-dessous de 2750, mais il est plus transparent que la viscose pour les rayons de $\lambda > 2900$; par conséquent, la région la plus active se trouve entre 3100 et 2900.

3° *Transparence des tissus de l'oreille aux diverses radiations.* — On sait que le protoplasma cellulaire absorbe d'une façon très intense les rayons ultraviolets et l'absorption croît très vite pour des rayons de plus en plus courts; ainsi d'après les mesures de Mme et M. V. Henri (*Comptes rendus*, 22 juillet 1912) les $\frac{9}{10}$ des rayons sont absorbés : pour $\lambda = 2324$ par une couche de $0^{mm},02$ de protoplasma; pour $\lambda = 2820$, par une couche de $0^{mm},09$; pour $\lambda = 2894$, par une couche de $0^{mm},12$; pour $\lambda = 2926$, par une couche de $0^{mm},19$; pour $\lambda = 3024$, par une couche de $0^{mm},77$. Par conséquent, si les cellules sur lesquelles se porte l'action des rayons ultraviolets se trouvent à une certaine profondeur, les rayons ultraviolets extrêmes ne pourront pas arriver jusqu'à ces cellules.

Nous avons déterminé la transparence des tissus cutanés de l'oreille de lapin, en découpant un lambeau très mince de $0^{mm},14$ d'épaisseur et en photographiant le spectre ultraviolet à travers ce lambeau. On trouve que

la raie 2967 passe à peine; le groupe 3021 passe nettement et, à partir de 3131[A], la transparence est bonne.

Par conséquent, il résulte de là :

Que les cellules sur lesquelles agissent surtout les rayons ultraviolets pour produire les phénomènes se traduisant par la vaso-dilatation consécutive se trouvent à une certaine profondeur d'environ $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{6}$ de millimètre; ceci explique que ce sont les rayons entre $\lambda = 3100$ et 2900 qui sont les plus actifs.

GÉOLOGIE. — *Sur les terrains paléozoïques de la Rivière Noire (région entre la frontière laotienne et le Fleuve Rouge, Tonkin).* Note de M. **Deprat**, présentée par M. H. Douvillé.

Durant un récent voyage dans le bassin de la Rivière Noire, j'ai pu relever sur les feuilles de Thanh-ba et de Van-yên beaucoup de faits nouveaux; je n'exposerai ici que ceux qui concernent la stratigraphie des terrains paléozoïques, laissant de côté, faute de place, les terrains secondaires et la tectonique remarquablement compliquée. Malgré la végétation, les observations géologiques sont très facilitées par la dissection poussée à l'extrême d'une région très montagneuse soumise à une érosion rapide et intense. La circulation est seulement quelquefois pénible, car on doit remonter beaucoup de ravins dans l'eau des torrents.

Je donne une coupe typique relevée dans la région d'An-mieng, concernant la série gothlandienne (épaisse de 800[m] au minimum) et dévonienne, et prise de Ban-hom au col entre Mo-ha et Muong-thé :

Dévonien moyen :

16. Masse de grès et de schistes marneux.
15. Banc de grès jaune à *Lingula* n. sp.
14. Marnes schisteuses roses et jaunes à *Mytilarca* (*Plethomytilus*) *oviformis* Hall.
    Faille d'étirement.

Dévonien inférieur :

13. Calcaire bleuâtre marneux à *Stromotopores*.
12. Masse de grès jaunâtres à *Actinopteria texturata* Phillips.

Gothlandien :

11. Grès jaunes à *Spirifer cabedanus* de Vern. et d'Archiac.
10. Marnes bleuâtres sans fossiles.
9. Quartzites sans fossiles.

8. Grès jaunes fins, masses de marnes grises, grès marneux à *Modiomorpha* n. sp.
7. Calcaire noirâtre à *Rhynchonella* n. sp., *Loxonema* sp.
6. Calcaire gris à *Favosites Troosti* M. E. et H.
5. Calcaire bleu noir à *Rhynchonella* n. sp.
4. Calcaire blanc à *Favosites gothlandicus* Lmk.
3. Masse de calcschistes épais, pleins de fossiles, alternant avec des marnes grises et des lentilles de calcaires construits par des polypiers (*Favosites gothlandicus*, etc.).
2. Grès fin verdâtre (équivalent des grès à *Acidaspis* de Lang-chiet).
1. Masse de grès fins et de marnes de Ban-hom à *Gomphoceras* sp., *Poleumita* n. sp., *Eotomaria* sp., etc.

Près de Lang-chiet (feuille de Thanh-ba) où j'ai pu étudier une série gothlandienne très analogue (à environ 60^{km} de la précédente), j'ai recueilli de très beaux échantillons d'un *Acidaspis*, de deux espèces de *Cyphaspis* et d'un *Dalmanites* non encore déterminés spécifiquement, mais étroitement alliés et sans doute même identiques, autant qu'il me semble à cette heure, à des formes gothlandiennes de Dudley ou bohémiennes.

Le grand intérêt des couches signalées dans la coupe précédente réside dans le caractère américain offert par plusieurs étages. Ainsi les marnes de Ban-hom avec d'innombrables individus de *Gomphoceras* sp., de *Poleumita* n. sp. et d'*Eotomaria* sp., rappellent étroitement des espèces similaires de Guelph; les couches des assises 3 renferment une faune de *Modiomorpha* n. sp., *Sanguinolites* n. sp., *Eotomaria* n. sp. à facies très voisins des formes américaines. Au-dessus vient une riche série de calcaires à polypiers (Wenlock) à *Favosites gothlandicus* Lmk., *Favosites* sp., *Heliotites*, *Amplexus*, *Monticulipora*, *Alveolites*, etc. Les calcaires 4, 5 et 6 sont surtout caractérisés par *Favosites Troosti* M. E. et H. avec deux *Rhynchonella* n. sp., dont l'une est affine à *Rhync. lacunosa* Sowerby, de Wenlock, d'après M. Mansuy. Les couches supérieures renferment encore la faune à *Modiomorpha* n. sp. de 3. Les couches 11 sont caractérisées par l'extraordinaire abondance de *Sp. cabedanus ;* c'est le passage au Dévonien inférieur, ce dernier caractérisé surtout par les couches à *Actinopteria texturata* Phillips, *Sphenotus solenoides* Hall, *Chonetes longispina* Mansuy, *Discina* (*Orbiculoidea*) *Forbesi* Davidson.

Le Dévonien moyen offre une faune étroitement alliée à celle d'Hamilton. Les espèces les plus abondantes recueillies jusqu'à présent sont : *Mytilarca* (*Plethomytilus*) *oviformis* Hall, *Myt.* (*Pleth.*) n. sp., *Schizodus chemungenssi* Hall, *Goniophora* n. sp., *Palæopinna* sp., etc. Les espèces déterminées sont rigoureusement identiques aux espèces américaines.

J'ai retrouvé près de Lang-chiet et de Lan-con les couches à *Spirifer crispus* de la partie supérieure de l'Ordovicien déjà signalées au Tonkin. Le reste de l'Ordovicien est métamorphisé et passe à des gneiss.

Le Gothlandien et l'Ordovicien renferment des coulées intercalées de roches trappéennes très fraîches qui seront étudiées.

Près de Ban-cai, j'ai découvert une puissante série de schistes, grès et calcaires *dinantiens* à *Spirifer grandicostatus* M. Coy, *Prod.* cf. *spinulosus* Sow., avec de nombreux fossiles : *Productus* sp., *Sedgwickia* n. sp., *Sedgwickia* sp., *Tellinomya* sp., *Paracyclas* sp., *Byssopteria* sp., *Goniophora* sp., *Edmundia* sp., *Grammysidæ* indét., etc. (¹).

J'ai découvert sur la feuille de Van-yên, entre Mo-ha et Muong-thé, un magnifique horizon *ouralien* à *Fusulines* (*F. globosa* Dep., *F. multiseptata* Schellw., *F. complicata* Schellw., etc., avec une riche faune de *Productus*, *Marginifera*, *Martinia*, *Reticularia*, *Notothyris*, *Aviculopecten*, de *Gastropodes*, *Fenestelles*. Les Spirifères les plus communs sont *Sp. Lydekkeri*, *Sp. Dieneri*, *Sp. Fritschi*, *Sp. musakheylensis*, etc. Ces calcaires, par leur richesse en fossiles, sont comparables aux plus belles séries du Salt Range. Avec les calcaires de Cam-kheut, prospectés par le commandant Dussault et qui renferment une faune semblable, cet horizon nous a fourni déjà environ 170 espèces, très bien conservées. Ces faunes seront prochainement l'objet de monographies paléontologiques par M. Mansuy.

Parmi ces découvertes, il y en a de très importantes au point de vue général pour la connaissance de la Géologie de l'Asie sud-orientale. J'insisterai surtout sur celle des Trilobites gothlandiens européens, sur celle d'une puissante série détritique gothlandienne à faune affine à celle de Guelph, sur celles d'un nouvel horizon important de Dévonien inférieur à *Actinopt. texturata* Phill. et, surtout, du Dévonien moyen à facies de Hamilton ; sur celle du Dinantien et sur la présence d'un Ouralien très riche en fossiles dans une région où il n'avait pas encore été signalé.

(¹) Je rappellerai que j'ai déjà fait connaître l'existence du Dinantien en Indo-Chine, mais d'un facies très différent, dans les schistes marneux à *Phillipsia* de Bai-duc, en Annam, et que M. Mansuy a signalé des calcaires dinantiens avec une belle faune à la Montagne de l'Éléphant.

GÉOLOGIE. — *Sur un nouveau mode d'érosion fluviale.* Note de M. **Maurice Lugeon**, présentée par M. Pierre Termier.

Les travaux de Jean Brunhes, Chaix, etc., ont mis en pleine lumière la tactique de l'érosion tourbillonnaire. Il pouvait paraître, après des recherches aussi détaillées et récentes, que le problème des procédés d'érosion fluviale était épuisé. Aussi bien dans le lit mineur que sur la banquette du lit majeur, l'enquête montrait des marmites de géant imprimées par les tourbillons descendants. Il est, cependant, à faire remarquer qu'à côté des marmites plus ou moins cylindriques existent également des fossés plus ou moins allongés, creusés par les tourbillons qui cheminent, la marmite étant creusée par un tourbillon fixe.

A ce phénomène, actuellement bien connu, il faut ajouter un nouveau mode où *l'eau avec ses matières en suspension agit comme si les filets liquides étaient horizontaux ou subhorizontaux et rectilignes.*

Si cette action semble avoir passé inaperçue jusqu'à ce jour, à notre connaissance du moins, c'est qu'il faut des conditions spéciales pour l'enregistrer : la roche encaissante doit être particulièrement dure, à grain très fin, et la rivière doit pouvoir débiter avec grande vitesse des crues d'eaux très boueuses relativement considérables.

Ces conditions sont remplies par la Yadkin, rivière qui descend de la Blue Ridge (Caroline du Nord), dont j'ai parcouru la vallée en décembre 1912, en compagnie de MM. Pierre Bergès et Campbell.

La Yadkin s'écoule dans une pénéplaine soulevée. Entre les environs de Salisbury et Wadesboro, le territoire est constitué par des argilites, probablement algonkiennes, percées par de vastes culots de porphyre, dont les phénocristaux sont petits au milieu d'une pâte microlitique très fine. La roche a la dureté et la ténacité d'une cornéenne.

Dans les zones d'argilite, la rivière coule sur une pente très faible, qui s'exagère beaucoup à travers les masses porphyriques. Ainsi, entre Whitney et les Falls, la chute est de 70^{m} sur environ 15^{km}, déterminée par une masse de brèche porphyrique et un culot de porphyre.

Le cours d'eau possède un débit très variable. En 1909, par exemple, d'après les calculs du Geological Survey, le débit a oscillé entre $44^{m^3},5$ et 1540^{m^3}. En 1912, on a enregistré une crue très exceptionnelle de 3500^{m^3}. Les variations sont soudaines, la rivière pouvant passer, d'un jour à l'autre, de 200^{m^3} à 1000^{m^3}.

A une telle variabilité de débit correspond une grande différenciation du lit mineur d'avec le majeur. Le mineur est réduit à environ 25^{m} de large aux Narrows, par exemple, dans le défilé le plus étroit à travers la roche éruptive, alors que le lit ma-

jeur possède une largeur de 75^m à 150^m et plus. D'autre part, la banquette du lit majeur domine le niveau d'étiage de 5^m à 6^m par places.

Dans le lit mineur, l'érosion tourbillonnaire a imprimé de nombreuses marmites de géant. Les espaces qui les séparent sont polis admirablement, sans cannelures, et la roche y présente une patine noire analogue à certains polis désertiques.

Sur la banquette du lit majeur existent également des marmites de géant, et le même poli s'y observe, plus ou moins détruit cependant par les actions aériennes et par les végétaux inférieurs.

Mais, sur le haut du versant du lit mineur, à partir de $0^m,50$ à $1^m,50$ au dessus du niveau de bas étiage, et sur le bord de la banquette du lit majeur, sur une largeur de 5^m à 10^m, se présente un modelé extraordinaire du porphyre, rappelant les effets de l'érosion éolienne.

Sur les surfaces redressées qui font face à l'amont, on voit une multitude de creux, atteignant 3^{mm} ou 4^{mm} de profondeur, situés eux-mêmes dans un plan légèrement concave, dont le diamètre peut atteindre 10^{cm}. Sur le bord de cette petite surface concave, les cupules s'ordonnent, se disposent en sillons allongés qui rayonnent et qui peuvent atteindre plusieurs centimètres de long. Sur les surfaces obliques au fil de l'eau, la roche est entièrement striée.

On ne saurait accuser l'érosion éolienne, le lit de la rivière ne possédant qu'exceptionnellement et temporairement du sable exondé. Ce qu'on voit ne peut être attribué, vu du reste la localisation du phénomène, qu'à la rivière. Or, la disposition des petites cuvettes concaves, la direction des stries, *tous ces phénomènes de burinage paraissent s'être formés par des jets de sables rectilignes*. C'est un phénomène très analogue à celui qui se passe sur les ailettes de turbines corrodées par des eaux chargées de matières en suspension.

Voici l'explication que nous donnons de ce curieux phénomène d'érosion :

Aux basses eaux, la rivière renfermée dans son lit mineur use son lit exclusivement par l'action des mouvements tourbillonnaires. Le tourbillonnement de l'eau n'est pas assez rapide pour que les grains siliceux puissent sillonner la roche; ils se contentent de la polir. Quand l'eau monte, la vitesse s'exagère. Elle devient maximale lorsque le lit mineur est plein. A ce moment, et exclusivement dans la tranche d'eau supérieure, la vitesse est telle, qu'une vraie mitraille de grains de sable s'abat sur la roche, comme si cette mitraille était plus abondante selon certains filets. Alors se creusent les petites cupules et le sable rejaillit, glisse sur la roche et la strie, en lui donnant une patine semblable à celle que produit le sable chassé par le vent.

Lorsque le niveau s'élève encore, la rivière déborde sur le lit majeur. La tranche d'eau du lit majeur, moins épaisse, se meut avec une vitesse moindre. Sur la surface de ce lit ne peuvent alors que dominer les mouvements tourbillonnaires, et le poli de la roche ne peut être égal qu'à celui de la roche du lit mineur.

Ce striage par percussion et burinage, ce nouveau phénomène d'érosion, auquel il faudra donner un nom, *constitue un puissant moyen d'érosion, d'élargissement du haut du versant du lit mineur*. Il est évident qu'on doit le retrouver sur d'autres rivières, sur celles qui présenteront de suffisantes variations de débit, des roches encaissantes assez résistantes pour se laisser buriner, et une suffisante quantité de sable dur en suspension.

M. Savoyat adresse une Note intitulée : *Sourciers. Baguette divinatoire*.

(Renvoi à une Commission composée de MM. A. Gautier, Dastre et Douvillé.)

A 4 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures trois quarts.

G. D.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 10 février 1913.

Observations de nébuleuses et d'amas stellaires, par G. Bigourdan; Tome III, seconde Partie : *Observations différentielles :* $XII^h, 0^m$ — $XIV^h, 0^m$. (Extr. des *Annales de l'Observatoire de Paris.* Observations.) Paris, Gauthier-Villars, s. d.; 1 vol. in-4°. (Hommage de l'auteur.)

Les pharmaciens militaires français, par A. Balland. Paris, L. Fournier, 1913; 1 vol. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Die moravischen Fenster und ihre Beziehung zum Grundgebirge des hohen Gesenke, von Franz-E. Suess; mit 3 Textfiguren und 3 Tafeln. (Extr. des *Denkschr. der mathem.-naturwiss. Kl. d. k. Akad. d. Wissensch.*) Vienne, Alfred Hölder, 1912; 1 fasc. in-4°. (Présenté par M. Termier.)

Le Centenaire de Bougainville, par E. Doublet. (Extr. de la *Revue de Géographie commerciale.*) Bordeaux, imp. Bière, 1913; 1 fasc. in-8°. (Présenté par M. Bigourdan.)

Collection des Manuels pratiques d'analyses chimiques à l'usage des laboratoires officiels et des experts, publiés sous la direction de MM. F. Bordas et Eugène Roux : *Eaux douces et minérales*, par F. Diénert. — *Vins : vins ordinaires, vins mousseux, vins liquoreux et vins de liqueur*, par U. Gayon et J. Laborde. — *Alcools : alcool, alcool dénaturé, dénaturants*, par M. Louis Calvet. — *Alcool méthylique, vinaigres, acides acétiques industriels, acides acétiques dénaturés, acétates, acétone*, par Louis Calvet. — *Beurres et graisses animales, margarines, saindoux et graisses alimentaires*, par Albert Bruneau. — *Huiles et graisses végétales comestibles : olive, coton, œillette, arachide, coco*, par G. Halphen. — *Huiles minérales : pétroles, benzols, brais, paraffines, vaselines, ozokérite*, par Henri Delehaye. — *Les matières cellulosiques : textiles naturels et artificiels, pâtes à papier et papiers*, par Francis-J.-G. Beltzer et Jules Peroz. — *Matières tannantes, cuirs : gélatines, colles, noirs, cirages*, par L. Jacomet. — *Soude, potasse, sels*, par P. Méker. — *Chaux, ciments, plâtres*, par E. Leduc et G. Chenu. Paris et Liége, Ch. Béranger, 1912; 11 vol. in-12. (Présenté par M. d'Arsonval.)

Liste et résumé de mes principaux travaux mathématiques, par M. Désiré André. Paris, Gauthier-Villars, 1904; 1 fasc. in-8°.

Notice sur les travaux scientifiques de M. Désiré André. Paris, Gauthier-Villars, 1910; 1 fasc. in-4°.

Notice sur les travaux scientifiques de M Georges Claude. Paris, H. Dunod et L. Pinat, 1913; 1 fasc. in-4°.

Notice sur les titres et travaux scientifiques ae M. C. Chabrié. Paris, Gauthier-Villars, 1913; 1 fasc. in-4°.

Notice sur les titres et travaux scientifiques de M. Paul Janet. Paris, Gauthier-Villars, 1913; 1 fasc. in-4°.

Notice sur les travaux scientifiques de M. Maurice d'Ocagne. Paris, Gauthier-Villars, 1910; 1 fasc. in-4°.

Catalogue général des tremblements de terre de l'année 1907, par Robert Lais. (*Publications du Bureau central de l'Association internationale de Sismologie;* série B.) Strasbourg, 1913; 1 fasc. in-4°.

Observatoire de la Société astronomique de France. Observations et travaux; t. I, 1911-1912. Paris, 1912; 1 fasc. in-8°.

Journal of the Washington Academy of Sciences; t. III, n° 1, january 4, 1913. Washington, 1913; 1 fasc. in-8°.

Proceedings of the Imperial Academy; t. I, n° 1. Tokio, 1912; 1 fasc. in-4°.

ERRATA.

(Séance du 27 janvier 1913.)

Note de M. *Paul Pascal*, Remarques sur l'additivité du diamagnétisme en combinaison :

Page 324, ligne 9 en remontant, *au lieu de*

$$Sn(C^5H^{11})^4 \quad -399$$

lire

$$Sn(C^5H^{11})^4 \quad -309$$